

ESTUDO DE CASO DE ESTIMATIVAS DO NEGÓCIO PERSONAL TRAINER COM A DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL NEGATIVA E SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

BRITO, Diogo de Freitas^{1,2,3}; BRASIL, Roxana Macedo⁴; BARRETO, Ana Cristina Lopes y Glória²; CARVALHO JUNIOR, Sergio⁵; EVERTON, Adriana Nunes da Fonseca⁶; SILVA, Luis Guilherme Pereira da⁷; JUNIOR, Homero da Silva Nahum^{2,8}

36

Resumo

O estudo objetivou estimar as demandas temporais (meses) à conquista de 18 clientes externos (A), R\$9.000,00 de receita (B) e R\$7.500,00 de renda líquida (C) de um *personal trainer* atuante na cidade do Rio de Janeiro. Para isso consideraram-se o valor cobrado, custo de deslocamento, fluxo de clientes e tempo gasto à intervenção. Utilizando o Python 3.13.7 foram desenvolvidos os modelos por binomial negativa e simulação de Monte Carlo. O primeiro estimou $A = 13$ e $B = C = 6$, e o segundo, na mesma ordem, $51,80 \pm 45,20$, $35,16 \pm 29,88$ e $38,43 \pm 32,11$. Isso porque, Monte Carlo, considerou as características estocásticas do negócio. Então, o objetivo foi adequadamente alcançado, tendo no segundo modelo os resultados dotados de parcimônia frente às variabilidades.

Palavras-chave: Planejamento. Modelagem. Administração. Economia. Estatística.

Abstract

The study aimed to estimate the time demands (months) for acquiring 18 external clients (A), R\$9,000.00 in revenue (B), and R\$7,500.00 in net income (C) for a personal trainer working in the city of Rio de Janeiro. For this purpose, the amount charged, travel costs, client flow, and time spent on the intervention were considered. Using Python 3.13.7, models were developed using negative binomial and Monte Carlo simulation. The first estimated $A = 13$ and $B = C = 6$, and the second, in the same order, 51.80 ± 45.20 , 35.16 ± 29.88 , and 38.43 ± 32.11 . This is because Monte Carlo considered the stochastic characteristics of the business. Therefore, the objective was adequately achieved, with the second model presenting results endowed with parsimony in the face of variability.

Keywords: Planning. Modeling. Administration. Economics. Statistics.

¹ Docente do Curso de Gestão Desportiva e do Lazer do Centro Universitário Celso Lisboa;

² Docentes do Curso de Educação Física do Centro Universitário Celso Lisboa;

³ Consultor Iceberg Business Academy;

⁴ Docente Ph.D. em Educação Física;

⁵ Pesquisador convidado Biodesa;

⁶ Profissional de Educação Física da Adriana Nunes Consultoria de Corrida;

⁷ Graduando do Curso de Educação Física do Centro Universitário Celso Lisboa;

⁸ Docente da Escola de Saúde da Universidade Cândido Mendes.

Introdução

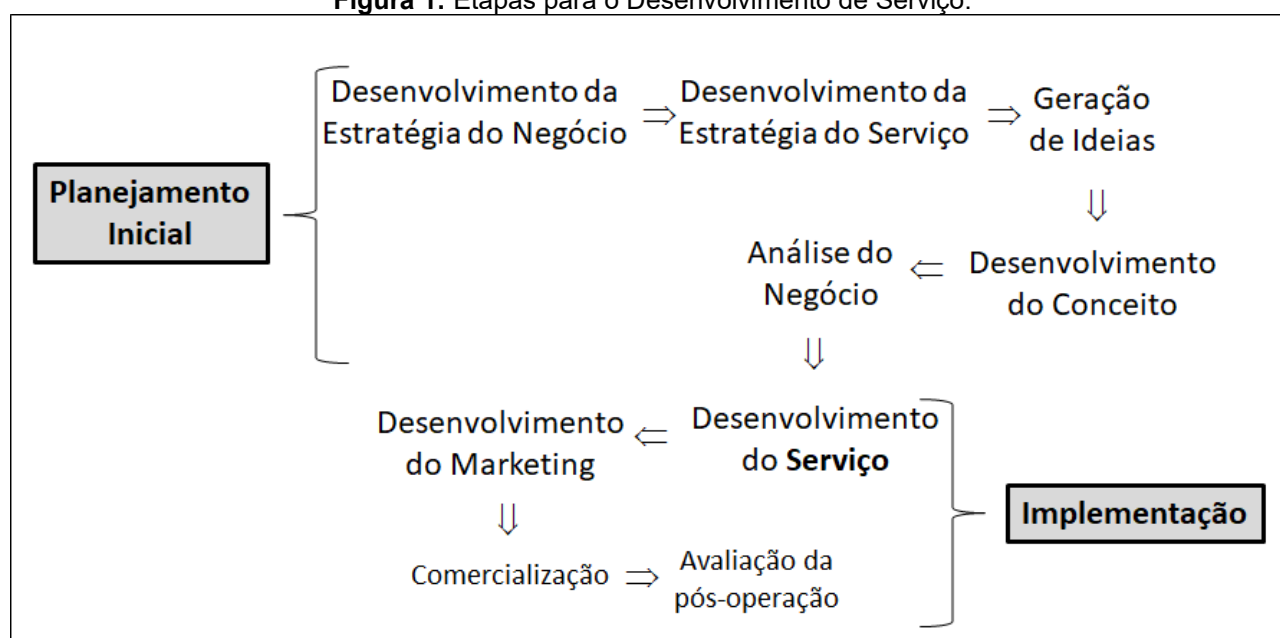
Coloquialmente, *Personal Trainer* seria o profissional de Educação Física de atuação particular, portanto, responsável pela avaliação, prescrição e monitoramento da prática de exercícios físicos de determinado cliente. Assim sendo, deveria ser detentor de conhecimentos diversos, porém, reconhecendo a flutuação de habilidades entre as diversas modalidades. Valeria afirmar que se trataria de prestador de serviço, logo, a qualidade da intervenção deveria convergir ao cliente (Zaneti, 2009; Kassab, 2012), especificamente às necessidades (problema a ser resolvido), exigências (requisitos à solução), expectativas (resultado esperado) e aos desejos (anseio pela solução) daquele.

Em síntese, o profissional em questão exerceria atividade não empresarial, baseada no intelecto, objetivando lucro fundamento no conhecimento e na personalidade, não dispondo da organização dos fatores de operação, tal qual as atividades empresariais (Amaral e Oliveira, 2024). A coadunação das ideias postas explicaria, mesmo que parcialmente, a possibilidade de seleção do *personal trainer* por indicação e pela aparência, entretanto, a fidelização resultaria da conquista de objetivos e resultados, assim como da empatia, criatividade e motivação do profissional (Oliveira, 2014). Esses fatores não seriam insensíveis às variações inerentes ao espaço-tempo, podendo ser permutados, na permanência, por resultados e segurança na execução dos exercícios, e formação e método de trabalho, na contratação (Rodrigues e Brandão, 2017). Observações relevantes na ciência de que serviços seriam consumidos simultaneamente à operação, originando o fenômeno da cocriação, esse adequadamente administrado potencializaria a percepção de valor agregado (Silva *et al.*, 2022)

O *personal trainer* deveria, então, desenvolver características comportamentais voltadas ao poder (persuasão e contatos, independência e autoconfiança), planejamento e à realização (Gut, Santos e Oliveira, 2018), utilizando-as na competição por mercados para preparar e antecipar ações à evolução sustentável (Calesco e Both, 2023). Essa compreensão, talvez tenha favorecido investigações centradas na venda dos serviços, discutindo as bases do planejamento de marketing (Bossle, 2009; Toledo e Rocha, 2017), colocando o profissional como o fulcro do processo (Bossle e Fraga, 2011) ou a respectiva atuação (Bossle, 2008). Ainda nesse contexto, estudadas foram táticas para a retenção do cliente (Santos e Nascimento, 2018), marketing de relacionamento (Ferrarezi, 2017) e efetiva presença em rede social (Lima, 2021).

Entretanto, no desenvolvimento de negócios, a comercialização residiria entre as duas últimas etapas (Figura 1), havendo necessidade de desenvolver a estratégia do negócio e serviço; gerar ideias; desenvolver o conceito do serviço; realizar a análise do negócio, quanto à viabilidade e rentabilidade; e desenvolver o serviço na forma de protótipo. Posteriormente, realizado seria o planejamento de marketing, tendo por base os resultados de testes de preço, aceitação e comunicação, por exemplo. Somente então, a comercialização seria desenvolvida, porém, requisitando o acompanhamento e a avaliação pós-operação (Zeithaml, Bitner e Gremier, 2014).

Figura 1: Etapas para o Desenvolvimento de Serviço.



Fonte: Adaptado de Zeithaml, Bitner e Gremier (2014).

Não obstante o exposto, incipientes seriam investigações no mercado brasileiro sobre inovações como plataforma digital de serviços (Renner, 2017) ou criação de *startup* para *personal trainer* (Vasconcelos e Paula, 2023). A dualidade prática coletiva e individualizada de exercícios (Kunzler, 2013) no contexto do Rio de Janeiro careceria de pesquisas sistematizadas, assim como os métodos de precificação (Carvalho, 2022). Não contrariando a expectativa, compreender a atividade laboral ora estudada pelo desenvolvimento de modelos matemáticos ou estatísticos sobre a eficiência do negócio (Brito *et al.*, 2025) e flutuações de clientes e renda líquida (Brasil, Barreto e Junior, 2024), por exemplo, deteria, possivelmente, larga amplitude. Então, objetivou-se estimar as

demandas de tempo à conquista de 18 clientes externos, R\$9.000,00 de receita e R\$7.500,00 de renda líquida pela modelagem binomial negativa.

Metodologia

Os dados foram obtidos da intervenção de um profissional de Educação Física, atuante exclusivamente como *personal trainer*, na cidade do Rio de Janeiro há dois anos. O valor cobrado era fixado em R\$90,00/hora, tendo como custos de deslocamento o valor de R\$10,81 ± R\$8,53. A soma dos tempos gastos, exclusivamente, na intervenção e no deslocamento entre clientes era de 92,00 ± 13,74 minutos. O fluxo de clientes era regido pela conquista de 0,90 ± 1,72 clientes/mês, e perda de 0,80 ± 2,64 clientes/mês, o que possibilitou a existência inicial de cinco clientes.

Os modelos foram codificados em Python 3.13.7, utilizando, para a Distribuição Binomial Negativa, as bibliotecas Statsmodels 0.14.4 para realizar a regressão, analisar e ajustar o modelo; SciPy 1.15.2 para análises estatísticas de outras ordens, NumPy 2.0.0 para gerenciar e editar os vetores, e Pandas 2.2.2 para formatar e preparar os dados para a análise. A simulação de Monte Carlo demandou o acréscimo das bibliotecas SimPy 4.1.1 para eventos discretos, e joblib 1.5.2 para a paralelização de simulações.

Resultados e Discussão

A binomial negativa modelaria o número de tentativas até r sucessos, com probabilidade p de sucesso por tentativa (Anscombe, 1948; Anscombe, 1950; Lawless, 1987; Clark e Perry, 1989; Piegorsch, 1990; Svetliza, 2002; Oesselmann, 2016; Botero, 2016), então, considerando as informações iniciais foram estabelecidos os seguintes parâmetros do modelo: 1) número de clientes no mês t (C_t), tendo $C_0 = 5$; 2) novos clientes no mês t (G_t), caracterizados como $\mu_G = 0,90$ e $\sigma_G = 1,72$; e 3) perda de clientes no mês t (P_t) com características $\mu_P = 0,80$ e $\sigma_P = 2,64$. Assim, a variação líquida (ΔC_t) do número de clientes dependeria da conquista de novos clientes e da perda de antigos (I), o que permitiria estabelecer que o quantitativo de clientes em determinado mês dependeria do total no mês imediatamente anterior somado à variação líquida (II). Logo, o sucesso residiria no mês com $\Delta C_t > 0$, representando ganho líquido positivo, cuja probabilidade seria estimada por aproximação à Normal (III).

$$\Delta C_t = G_t - P_t \quad (I)$$

$$C_t = C_{t-1} + \Delta C_t, \text{ se } C_t < 0 \rightarrow C_t = 0 \quad (II)$$

$$\Delta C_t \sim N(\mu_{\Delta C}, \sigma_{\Delta C}^2) \quad (III)$$

Aplicando o entendimento anterior na situação ora analisada, conquistou-se a média de ΔC , como $\mu_{\Delta C} = 0,90 - 0,80 = 0,10$ clientes. Tendo a variabilidade expressa por $\sigma_{\Delta C}^2 = (1,72)^2 + (2,64)^2 = 9,928 \therefore \sigma_{\Delta C} = \sqrt{9,928} \approx 3,15$ clientes. E a probabilidade de sucesso dada por $p = P(\Delta C_t > 0) = 1 - \Phi\left(\frac{0-0,1}{3,15}\right) = 1 - \Phi(-0,031746) \approx 1 - 0,4874 \approx 0,5126 \approx 51,26\%$. Assim, o ganho médio condicional ao sucesso estimado por (IV), em conformidade com Cruz *et al.* (2018), seria de, aproximadamente 2,55 clientes (V).

$$E[X | X > 0] = \mu_{\Delta C} + \sigma_{\Delta C} \cdot \frac{\phi\left(-\frac{\mu_{\Delta C}}{\sigma_{\Delta C}}\right)}{1 - \phi\left(-\frac{\mu_{\Delta C}}{\sigma_{\Delta C}}\right)} \quad (IV)$$

Tendo $\phi\left(-\frac{\mu_{\Delta C}}{\sigma_{\Delta C}}\right) = \phi\left(-\frac{0,10}{3,15}\right) = \phi(-0,0317460317) \approx 0,3989$, logo $1 - \phi\left(-\frac{\mu_{\Delta C}}{\sigma_{\Delta C}}\right) \approx 1 - 0,3989 \approx 0,5126$, resultando em:

$$\begin{aligned} E[\Delta C | \Delta C > 0] &\approx 0,10 + 3,15 \times \frac{0,3989}{0,5126} \\ E[\Delta C | \Delta C > 0] &\approx 0,10 + 3,15 \times 0,7783 \\ E[\Delta C | \Delta C > 0] &\approx 0,10 + 2,451 \approx 2,551 \end{aligned} \quad (V)$$

Conseqüentemente, para atingir 18 clientes pela primeira vez, necessário seria conquistar e manter 13 novos contratantes, como cada sucesso resultaria em 2,55 clientes em média, então demandaria seis sucessos aproximadamente $\left(r_1 \approx \frac{13}{2,551} \approx 5,091\right)$ sucessos). A primeira conquista de R\$9.000,00 de receita exigiu considerar a quantidade de sessões mensais (VI), o que possibilitou estimar a Receita Mensal/Cliente \approx R\$835,91 (\approx R\$90,00 . 9,28785), exigindo a existência em um mesmo mês de 11 clientes ($\approx \frac{9000}{835,9065} \approx 10,77$ clientes). Como já existiam cinco clientes, então o Ganho = 6 clientes (11 - 5), para tanto seriam necessários três sucessos $\left(r_2 \approx \frac{6}{2,551} \approx 2,352\right)$ sucessos).

25,00% clientes: 2 sessões/semana $\rightarrow 2 \cdot 4,33 = 8,66$ sessões/mês
 75,00% clientes: 3 sessões/semana $\rightarrow 3 \cdot 4,33 = 12,99$ sessões/mês
 Média Ponderada Bruta = $0,25 \cdot 8,66 + 0,75 \cdot 12,99 = 11,9075$ sessões/mês
 Assiduidade de 78,00%: sessões efetivas/mês = $11,9075 \cdot 0,78 = 9,28785$

(VI)

O alcance da Renda Líquida \geq R\$7.500,00, demandou a estimativa do Custo Mensal/Cliente = sessões efetivas/mês \cdot Custo Médio/sessão = $9,28785 \cdot 10,81 =$ R\$100,4016585, então o Lucro Mensal/Cliente = Receita Mensal/Cliente - Custo Mensal/Cliente = $835,9065 - 100,4016585 = 735,5048415 \approx$ R\$735,50. Finalmente, aquela Renda Líquida requisitaria $C = 11$ Clientes $\left(C \geq \frac{7.500}{735,50} \approx 10,20 \approx 11 \right)$. Todavia, o modelo binomial negativo forneceria o tempo demandado a conquista de r meses com ganho líquido positivo, porém necessário seria obter o quantitativo de clientes (C_t), portanto estimou-se o Ganho = $C_{meta} - C_0$ para cada objetivo proposto, resultando em: 1) 18 clientes $\rightarrow 18 - 5 = 13$ clientes; 2) Receita \geq R\$9.000,00 $\rightarrow 11 - 5 = 6$ clientes; e 3) Renda Líquida \geq R\$7.500,00; similar à anterior.

O Ganho esperado mensalmente com sucesso ou fracasso, considerando $p \approx 0,5126$, foi respectivamente $E[\text{Sucesso}] = E[\Delta C \mid \Delta C > 0] \approx 2,551$ e $E[\text{Fracasso}] = E[\Delta C \mid \Delta C \leq 0] \approx -2,476$, então definindo r pela binomial negativa aproximada como apresentado em VII (Sosa, 2022), e entendendo que cada sucesso elevaria a carteira de clientes em $E[\Delta C \mid \Delta C > 0] \approx 2,551$ pessoas, conseqüentemente, aqueles meses de fracasso atrasariam a progressão, os prazos estimados seriam de 13 e seis meses (Tabela 1).

$$r = \frac{\text{Ganho necessário}}{E[\Delta C \mid \Delta C > 0]} \quad \text{(VII)}$$

Tabela 1: Prazos às Conquistas (A. 18 clientes; B. Receita de R\$9.000,00; C. Renda Líquida de R\$7.500,00) pelo Modelo Binomial Negativo Aproximado.

Conquistas	Clientes	Ganho	r	E[T], meses
A	18	13	$\frac{13}{2,551} \approx 5,10 \approx 6$	$\frac{6}{0,5126} \approx 11,70$
B	11	6	$\frac{6}{2,551} \approx 2,35 \approx 3$	$\frac{3}{0,5126} \approx 5,85$
C	11	6	3	5,85

Fonte: OS Autores (2026).

Como foram, caracteristicamente, mensais as conquistas de Receita e Renda Líquida, o número de clientes (C_t) no mês considerado tornou-se protagonista das estimativas, determinando os valores pecuniários como consequências. Essas por exigirem 11 Clientes demandariam tempo inferior ao número máximo desejado, 18 Clientes (Tabela 1). Imperativo seria destacar que a Binomial Negativa ignoraria a variabilidade de Ganho por sucesso, assim como a possibilidade de atingir a conquista em determinado mês considerado fracasso, quando o Ganho Líquido positivo, mas pequeno, seria suficiente à $C_t = 11$ Clientes.

A simulação de Monte Carlo considerou todo conjunto de dados formulador do problema e as seguintes imposições, visando aumentar a exigência sobre o novo modelo: variabilidade completa nos custos, sazonalidade e a plenitude estocástica do fenômeno (Rubinstein e Kroese, 2007; Oliveira e Medeiros Neto, 2012; Shonkwiler e Mendivil, 2014). Assim, os processos de clientes se mantiveram como Ganho (VIII), Perda (IX) e número de Clientes (X).

$$G_t \sim \max(0,00; \mathcal{N}(0,90; 1,72^2)) \quad \text{(VIII)}$$

$$P_t \sim \max(0,00; \mathcal{N}(0,80; 2,64^2)) \quad \text{(IX)}$$

$$C_t = \max(0,00; C_{t-1} + G_t - P_t) \quad \text{(X)}$$

Na variabilidade de custos tomou-se $c_{sess\tilde{a}o} \sim \max(0,00; \mathcal{N}(10,81; 8,53^2))$ como o Custo por sessão, e Custo mensal por cliente como dependente da quantidade de intervenções realizadas por cada indivíduo. Então, a inerente estrutura para o modelo foi aquela apresentada em (VI), permitindo a simulação a seguir para cada cliente j mensalmente, com a respectiva representação matemática (XI):

1. Definir o Tipo $_j$ se 2 ou 3 sessões/semana (0,25 ou 0,75);
2. Número de sessões agendas por mês: $S_{agendas} = capacidade \cdot 4,33$;
3. Número de sessões realizadas: $S_{realizadas} = \text{Binomial}(S_{agendas}; 0,78)$;
4. Custo do Cliente no mês (Custo $_j$): $Custo_j = \sum_{K=1}^{S_{realizadas,j}} C_{sess\tilde{a}o,k}$. Entendo por $S_{realizadas,j}$, o número de sessões realizadas pelo cliente j no mês corrente; e o custo estocástico da sessão k como $C_{sess\tilde{a}o,k} \sim \max(0,00; \mathcal{N}(10,81; 8,53^2))$.

$$\begin{aligned} \text{Tipo}_j &\sim \text{Bernoulli}(0,75) \Rightarrow \text{Capacidade}_j = \begin{cases} 8,66 & \text{Tipo} = 0,25 \\ 12,99 & \text{Tipo} = 0,75 \end{cases} \\ S_{\text{agendadas},j} &= \text{Capacidade}_j \\ S_{\text{realizadas},j} &\sim \text{Binomial}(S_{\text{agendadas},j}, 0,78) \end{aligned} \quad (\text{XI})$$

A sazonalidade, em razão da série histórica, estabeleceu os pontos de corte em janeiro com acréscimo de 30,00% ($f_{\text{janeiro}} = 1,00 + 0,30 = 1,30$), junho com decréscimo de 10,00% ($f_{\text{junho}} = 1,00 - 0,10 = 0,90$) e dezembro com redução de 20,00% ($f_{\text{dezembro}} = 1,00 - 0,20 = 0,80$). Para os demais meses $f_{\text{mês}} = 1,00$, indicando ausência de sazonalidade significativa. Resultando no Ganho expresso em (XII).

$$\begin{aligned} G_t^{\text{sazonal}} &= G_t \cdot f_{\text{mês}} \\ f_{\text{mês}} &= \begin{cases} \text{janeiro} \rightarrow 1,30 \\ \text{junho} \rightarrow 0,90 \\ \text{dezembro} \rightarrow 0,80 \\ \text{outro} \rightarrow 1,00 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{XII})$$

Finalmente, definiu-se o limite de capacidade utilizando o somatório dos tempos de intervenção e deslocamento ($92,00 \pm 13,74$ minutos), jornada de trabalho de 14 h/dia (6h00 até 20h00) em semana de cinco dias, totalizando 70 h/sem (= 14 h/dia . 5 dias), e tempo por sessão mínimo de 60 minutos, determinado por $t_{\text{sessão}} \sim \max(60,00; \mathcal{N}(92,00; 13,74^2))$. Modelado como apresentado em (XIII).

$$\begin{aligned} \text{Custo}_j &= \sum_{k=1}^{S_{\text{realizadas},j}} c_{\text{sessão},k}, c_{\text{sessão},k} \sim \max(0,00; \mathcal{N}(10,81; 8,53^2)) \\ \text{Tempo}_j &= \sum_{k=1}^{S_{\text{realizadas},j}} t_{\text{sessão},k}, t_{\text{sessão},k} \sim \max(60,00; \mathcal{N}(92,00; 13,74^2)) \end{aligned} \quad (\text{XIII})$$

A restrição imposta foi Tempo Total Requerido > Capacidade (= 303,10 h), então haveria recusa do cliente pelo profissional ou redistribuição de horários (XIV). Como consequência o algoritmo de Monte Carlo para cada mês t apresentado abaixo foi submetido a 10.000 iterações.

$$\text{Se } \sum_{j=1}^{C_t} \text{Tempo}_j > 303,10, \text{ então } C_t^{\text{efetivo}} < C_t \quad (\text{XIV})$$

1. Sazonalidade: calcular G_t^{sazonal}
2. Atualizar clientes: $C_t = \max(0,00; C_{t-1} + G_t^{\text{sazonal}} - P_t)$
3. Para cada cliente:
 - Sortear 2 ou 3 sessões/semana
 - Calcular $S_{\text{agendadas}}$
 - Sortear $S_{\text{realizadas}} \sim \text{Binomial}(S_{\text{agendadas}}; 0,78)$
 - Para cada sessão realizada:
 - Sortear custo $c_{\text{sessão}} \sim \max(0,00; \mathcal{N}(10,81; 8,53^2))$
 - Sortear tempo $t_{\text{sessão}} \sim \max(60,00; \mathcal{N}(92,00; 13,74^2))$
 - Acumular custo total e tempo total
4. Verificar capacidade: se tempo total > 303,10 horas, limitar sessões
5. Calcular receita:
6. Calcular renda líquida:
7. Verificar metas

Os resultados demonstraram que o limite de capacidade seria mais difícil de atingir do que as conquistas, porque a disponibilidade do profissional recepcionaria, aproximadamente, 25 clientes, assim não impactaria diretamente nas Conquistas estudadas. A sazonalidade indicou a necessidade de tempos médios maiores do que aqueles do modelo Binomial Positivo, pois quantificou o atraso imposto pelos meses com poucos Ganhos (Garcia, Lustosa e Barro, 2010; Santos, 2014; Gonçalves *et al.*, 2017; Felix e Carrazedo, 2021). Isso associado à totalidade de variabilidades aumentou os prazos em 15,00% a 20,00%. A Conquista C exigiu mais tempo do que a B, dado que a incerteza sobre a Renda Líquida se elevou como reflexo da variabilidade de custos (Tabela 2). Portanto, mesmo com Receita suficiente, a C poderia não ser alcançada.

Sobre a conquista de clientes, os resultados exigiram algumas considerações elucidativas, se o Ganho Líquido Mensal ($\Delta C_t = G_t - P_t = 0,10$ clientes/mês (I)) fosse constante, a obtenção de 13 novos clientes, considerando o primeiro objetivo de 18 Clientes, somente ocorreria em 130 meses ($T = \frac{13}{0,10}$), porém aquele valor seria a estimativa

da Média ($\mu_{\Delta C} = 0,90 - 0,80 = 0,10$ clientes), tendo os dados Desvio Padrão elevado ($\sigma = 3,15$ clientes), consideração ratificada pelo Coeficiente de Variação (CV) = 31,50% ($= \frac{3,15 \cdot 100}{0,10}$). Isso indicou que o ΔC_t detinha alta variabilidade ao longo do tempo (CV > 20,00%). Logo, a relação entre Ganho e Perda de clientes seria, conceitual e pragmaticamente, passeio aleatório, ou seja, sequência aleatória de dados (Carazza, 1977; Rimes, 2015; Andrade Filho, 2025).

Tabela 2: Prazos às Conquistas (A. 18 clientes; B. Receita de R\$9.000,00; C. Renda Líquida de R\$7.500,00) pela Simulação de Monte Carlo.

Conquistas	Média	Desvio Padrão	Mediana	Coeficiente de Variação
A	51,80	45,20	40,70	86,54
B	35,16	29,88	26,10	85,71
C	38,43	32,11	28,61	84,21

Fonte: OS Autores (2026).

Matematicamente, a Média não nula indicaria tendência direcional de longo prazo (*drift*), ou seja, o movimento seguiria direção específica (Granzner *et al.*, 2006; Kablukova *et al.*, 2020; Dermatis *et al.*, 2025; Reddy *et al.*, 2025; Zhou *et al.*, 2025; Wu *et al.*, 2025), no caso para cima, não retornando à origem. Na situação estudada a tendência direcional era pequena e com alta Desvio Padrão, de sorte: 1) a assimetria positiva caracterizaria o crescimento do número de clientes, ou seja a cauda direita seria longa pela presença de valores extremos, e a maior concentração de dados ocorreria à esquerda, pois Média > Mediana > Moda, essa entre 20 e 60 meses (Costa Neto, 2002; Callegari-Jacques, 2003; Nunes *et al.*, 2004; Rodríguez, 2005; Cegatta, 2023; Triola, 2024); 2) poderia ocorrer sequências de meses com crescimentos negativos, tornando mais demorado o objetivo, porque a Média de meses seria deslocada à direita (“puxada” para cima), porém menor que 130 meses; 3) possibilidade de Ganhos elevados em alguns meses, favorecendo o alcance do objetivo; 4) trajetórias “medianas” demandariam entre 15 e 25 meses; e 5) aproximadamente, 5,00% seriam piores do que aquelas que desconsiderariam o conjunto de variabilidades.

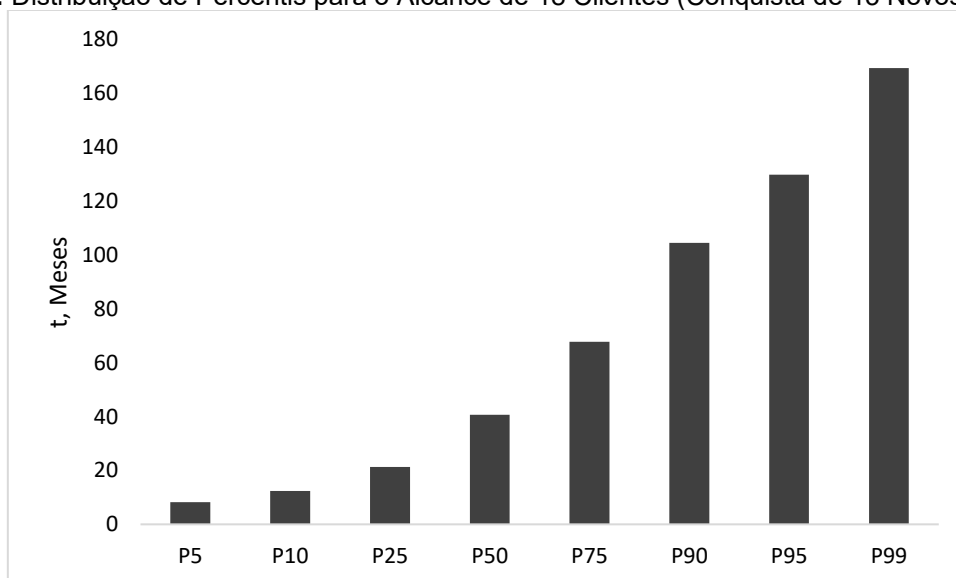
O desdobramento imediato da discussão anterior culminaria em real probabilidade de ocorrência de situações extremas favoráveis, caracterizadas por elevado G_t e baixa P_t , por exemplo $G_t = 8$ e $P_t = 1$, levando $\Delta C_t = 7$ e $C_t = 7 + 5 = 12$ clientes. Caso isso ocorresse

em dois ou três meses subsequentes, os 13 novos clientes seriam conquistados brevemente. Situação impossível na consideração de $\Delta C_t (= 0,10$ clientes) como constante (variabilidade nula: $\sigma = 0,00$ cliente).

O segundo desdobramento residiria na aproximação $\Delta C_t \sim N(0,10; 3,15^2)$, a qual permitiria estimar a probabilidade de Ganho Líquido Mensal de, pelo menos, cinco clientes como $P(\Delta C_t > 5) = 1 - \Phi\left(\frac{5-0,10}{3,15}\right) \approx 1 - \Phi(1,555) \approx 0,06 \approx 6,00\%$, em outros termos, o desejado poderia ocorrer em 6,00% dos meses (0,72 mês \approx 3,12 semanas). Realisticamente, $P(\Delta C_t > 10) \approx 0,0009 \approx 0,09\%$, em outras palavras, pelo menos, 10 de Ganho Líquido em um único faria morada próxima à impossibilidade.

A simulação de Monte Carlo revelou que ganhos elevados (longa cauda direita) seriam compensados, mesmo não na plenitude, pela alta variabilidade, isso em conta, a Conquista A se substancializaria 1) entre 10 e 15 meses por alguns caminhos “sortudos” e, aproximadamente, 5,00% desses em 8,20 meses; 2) em mais de 100 meses por alguns caminhos “azarados”, desses os 5,00% piores exigiriam, pelo menos, 129,80 meses; e 3) entre 40 e 80 meses pela maioria dos caminhos, os “normais” (ou mais prováveis), o que foi refletido na estimativa de $51,80 \pm 45,20$ meses (Tabela 2). A ampliação dessa revelaria que seriam necessários no mínimo dois meses e no máximo 198 meses para A, porém que $P(t \leq 130 \text{ meses}) \approx 95,20\%$, conforme ilustrado em Figura 2.

Figura 2: Distribuição de Percentis para o Alcance de 18 Clientes (Conquista de 13 Novos Clientes).



Fonte: Os Autores (2026).

No contexto administrativo, a prospecção identificou que cenários otimistas ($t \leq 21,00$ meses) ocorreriam em 25,00% das vezes e similar chance teriam os pessimistas ($t \geq 68,00$ meses). Contudo, os realistas ($40 \text{ meses} \leq t \leq 50 \text{ meses}$) deveriam orientar o planejamento de negócios do profissional de Educação Física.

As principais fragilidades do modelo formariam um plano geométrico por três pontos não colineares: ausência de discriminação dos serviços ofertados, desconhecimento sobre o que efetivamente o cliente demandaria (desejo e necessidade), e custo subestimado. O primeiro ponto ignoraria que serviços distintos poderiam ter custos operacionais unitários distintos, portanto, fundamental seria o profissional analisar cada tipo de intervenção proporcionada para identificar de forma sistematizada a eficiência do negócio (Brito *et al.*, 2025). O estudo do Produto Mínimo Viável (MVP – *Minimum Viable Product*) ou Serviço Mínimo Viável (MVS) para ser rígido, o que permitiria identificar aquilo que o cliente efetivamente demandaria (Silva, Carneiro e Sindico, 2015; Costa, 2019; Lima, 2023), logo deveria ser desenvolvido.

O custo seria subestimado, porque considerou somente o deslocamento, ignorando instrumentos, equipamentos, insumos, vestimenta e alimentação, por exemplo, o que tornaria razoável a suposição original (Brasil, Barreto e Junior, 2024). Como consequência, os tempos demandados às conquistas pecuniárias seriam maiores, talvez tendo, também, variabilidades mais elevadas. Isso seria necessário e suficiente à recomendação de avaliação do método de precificação adotado (Lima, Soares e Guedes, 2016; Nobre *et al.*, 2016; Milan *et al.*, 2016; Marques, 2019; Lopes *et al.*, 2022; Paiva, 2023; Cunha e Policarpo, 2023).

Considerações Finais

Com o objetivo de estimar demandas de tempo para conquista de clientes externos, e valores pecuniários, modelou-se o negócio do *personal trainer* pela distribuição binomial negativa e simulação de Monte Carlo. Esse apresentou cenários mais realistas pela consideração das características estocásticas do fenômeno. Então, o objetivo foi alcançado a contento.

Aos estudos futuros recomenda-se refinar as soluções apresentadas pela modelagem da variação do número de clientes por série temporal, o que permitirá identificar precisamente os efeitos da sazonalidade. Desenvolver a análise de custos discriminada por serviço pode ser essencial ao detalhamento do modelo e alcance dos objetivos. Estabelecer

classificação dos clientes por comportamento como consumidor e critérios demográficos pode auxiliar o posicionamento de mercado, favorecendo o detalhamento dos modelos desenvolvidos.

Referências

- AMARAL, FCN; OLIVEIRA, RJC. A confiança da clientela nas sociedades uniprofissionais. **Direito UNIFACS–Debate Virtual**, n. 285, 2024. <https://revistas.unifacs.br/index.php/redu/article/view/8717>
- ANDRADE FILHO, EL. **Simulação de passeios aleatórios**: algoritmos e experimentos. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Sistema de Informação) – Departamento de Computação e Tecnologia. Centro de Ensino Superior do Seridó. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Caicó (RN), 2025.
- ANSCOMBE, FJ. Sampling theory of the negative binomial and logarithmic series distributions. **Biometrika**, v. 37, n. 3/4, p. 358-382, 1950.
- ANSCOMBE, FJ. The Transformation of Poisson, Binomial and Negative-Binomial Data. **Biometrika**, v. 35, n. 3/4, p. 246-254, 1948.
- BOSSLE, CB. **"Personal trainer & Cia"**: noções de marketing na literatura sobre treinamento personalizado. Dissertação (Mestrado em Ciências do Movimento Humano) – Escola de Educação Física. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (RS), 2009.
- BOSSLE, CB. O personal trainer e o cuidado de si: uma perspectiva de mediação profissional. **Movimento**, v. 14, n. 1, p. 187-198, 2008.
- BOSSLE, CB; FRAGA, AB. O personal trainer na perspectiva do marketing. **Revista Brasileira de Ciências do Esporte**, v. 33, n. 1, p. 149-162, 2011.
- BOTERO, DMA. **Impacto de especificar incorrectamente la distribución de los efectos aleatorios en los modelos lineales generalizados mixtos**: caso Poisson y binomial negativa. Trabajo de Graduación (Magíster en Estadística) - Escuela de Estadística. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia. Medellín (Colombia), 2016.
- BRASIL, RM; BARRETO, ACLG; JUNIOR, HSN. Modelagem temporal de clientes externos e ganhos líquidos no negócio personal trainer. **Revista Presença**, v. 10, n. 22, p. 253-272, 2024.
- BRITO, DF *et al.* Eficiência do negócio *personal trainer* sob o domínio da análise de envoltória de dados. **Revista Presença**, v. 11, n. 26, p. 262-275, 2025.
- CALESCO, VA; BOTH, J. O profissional de educação física inserido no mercado de trabalho como personal trainer. **Educación Física y Ciencia**, v. 25, n. 3, p. 1-13, 2023.
- CALLEGARI-JACQUES, SM. **Bioestatística**: princípios e aplicações. Porto Alegre m(RS): Artmed, 2003.
- CARAZZA, B. History of random-walk problem - considerations on interdisciplinarity in modern physics. **Rivista del Nuovo Cimento**, v. 7, n. 3, p. 419-427, 1977.
- CARVALHO, ABB. **Precificação no serviço de treinamento personalizado**: o que o jovem empreendedor deveria saber? Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Educação Física) - Departamento de Educação Física. Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa (PB), 2022.

CEGATTA, ÍR. **Valor esperado da terra: uma abordagem via simulação de Monte Carlo e cópulas.** Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agronômica) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”. Universidade de São Paulo. Piracicaba (SP), 2023.

CLARK, SJ; PERRY, JN. Estimation of the negative binomial parameter κ by maximum quasi-likelihood. **Biometrics**, v. 45, n. 1, p. 309-316, 1989.

COSTA NETO, PLO. **Estatística.** São Paulo: Blucher, 2002.

COSTA, SCCT. **Introduzindo o desenho de serviços no desenvolvimento de novos serviços desportivos.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Serviço e Gestão) – Faculdade de Engenharia. Universidade do Porto. Porto (Portugal), 2019.

CRUZ, MC *et al.* Análisis predictivo de la incidencia delictiva en Hidalgo a través de una regresión binomial negativa: una aportación cuantitativa para el diseño de política pública y modelos de intervención. **Investigación Administrativa**, v. 48, n. 122, 2018. Disponível: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=456055708006>

CUNHA, ÍGF; POLICARPO, RVS. Gestão de custos como ferramenta de precificação e auxílio na tomada de decisão em uma prestadora de serviço. **Revista Produção Online**, v. 23, n. 3, a. 4724, 2023. <https://doi.org/10.14488/1676-1901.v23i3.4724>

DERMATIS, A *et al.* Prediction of the extreme slow-drift response of moored floating structures using design waves. **Ocean Engineering**, v. 333, p. 121456, 2025. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2025.121456>.

FELIX, EF; CARRAZEDO, R. Análise probabilística da vida útil de lajes de concreto armado sujeitas à corrosão por carbonatação via simulação de Monte Carlo. **Matéria** (Rio de Janeiro), v. 26, e13043, 2021.

FERRAREZI, R. **Personal trainer e a utilização de ferramentas do marketing de relacionamento na retenção de alunos/clientes.** Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Educação Física) – Escola Superior de Educação Física, Fisioterapia e Dança. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (RS), 2017.

GARCIA, S; LUSTOSA, PRB; BARROS, NR. Aplicabilidade do método de simulação de Monte Carlo na previsão dos custos de produção de companhias industriais: o caso da companhia Vale do Rio Doce. **Revista de contabilidade e organizações**, v. 4, n. 10, p. 152-173, 2010.

GONÇALVES, JC *et al.* Análise econômica da rotação florestal de povoamentos de eucalipto utilizando a simulação de Monte Carlo. **Ciência Florestal**, v. 27, n. 4, p. 1339-1347, 2017.

GRANZNER, R *et al.* Simulation of nanoscale MOSFETs using modified drift-diffusion and hydrodynamic models and comparison with Monte Carlo results. **Microelectronic Engineering**, v. 83, n. 2, p. 241-246, 2006.

GUT, BCP; SANTOS, MS; OLIVEIRA, EMJ. A mulher empreendedora e o delineamento do perfil profissional da personal trainer. **ID on line. Revista de psicologia**, v. 12, n. 40, p. 315-335, 2018.

KABLUKOVA, E *et al.* Drift velocity in GaN semiconductors: Monte Carlo simulation and comparison with experimental measurements. **Monte Carlo Methods and Applications**, v. 26, n. 4, p. 263-271, 2020.

KASSAB, YK. **Personal trainer: (profissional, prestador de serviços, professor, valorização das diferenças e competências), um novo conceito de profissional.** Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Educação Física) - Instituto de Biociências. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro (SP), 2012.

KUNZLER, FB. **Fatores motivacionais de pessoas praticantes de aulas de ginástica em grupo x personal trainer**: uma revisão de literatura. Monografia (Bacharelado em Educação Física) – Escola de Educação Física. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (RS), 2013.

LAWLESS, JF. Negative binomial and mixed Poisson regression. **Canadian Journal of Statistics**, v. 15, n. 3, p. 209-225, 1987.

LIMA, CS. **Implementação do acompanhamento farmacoterapêutico em um ambulatório de psiquiatria**. Dissertação (Mestrado em Ciências Farmacêuticas) – Programa de Pós-graduação em Ciências Farmacêuticas. Universidade do Estado da Bahia. Salvador (Bahia), 2023.

LIMA, LS. **A força do habitus**: reflexões sobre a presença do personal trainer no Instagram. Dissertação (Mestrado em Ciências do Movimento Humano) – Escola de Educação Física. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (RS), 2021.

LIMA, MRML; SOARES, KJCS; GUEDES, LIR. As estratégias de precificação de serviços. **RACE - Revista de Administração do Cesmac**, v. 1, n. 1, 2016. <https://doi.org/10.3131/race.v1i1.527>.

LOPES, IM *et al.* Sistema para precificação de produtos e serviços. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Informática para Negócios) - Faculdade de Tecnologia "Adib Moisés Dib". São Bernardo do Campo (SP), 2022.

MARQUES, TM. **O uso do marketing pelo personal trainer e suas estratégias de mercado**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Educação Física) – Faculdade de Educação Física. Instituto de Ciências da Educação. Universidade Federal do Pará. Belém (PA), 2019.

MILAN, GS *et al.* As estratégias de precificação e o desempenho das empresas. **REAd. Revista Eletrônica de Administração (Porto Alegre)**, v. 22, n. 2, p. 419-452, 2016.

NOBRE, LHN *et al.* Estratégias de precificação de novos serviços em pequenas e médias empresas. **Revista Eletrônica de Estratégia & Negócios**, v. 9, n. 3, p. 3-21, 2016.

NUNES, CCF *et al.* Variâncias do ponto crítico de equações de regressão quadrática. **Ciência e Agrotecnologia**, v. 28, n. 2, p. 389-396, 2004.

OESSELMANN, CC. **Equações de estimação generalizadas com resposta binomial negativa**: modelando dados correlacionados de contagem com sobreposição. Dissertação (Mestrado em Estatística) – Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2016.

OLIVEIRA, MRG; MEDEIROS NETO, LB. Simulação de Monte Carlo e valuation: uma abordagem estocástica. **REGE-Revista de Gestão**, v. 19, n. 3, p. 493-511, 2012.

OLIVEIRA, PS. **Fatores de fidelização com o serviço de personal trainer**. Monografia (Bacharelado em Educação Física) – Escola de Educação Física. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (RS), 2014.

PAIVA, JRS. **Precificação de serviços**: um estudo de caso em uma microempresa individual. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Ciências Contábeis) - Departamento de Ciências Contábeis. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal (RN), 2023.

PIEGORSCH, WW. Maximum likelihood estimation for the negative binomial dispersion parameter. **Biometrics**, v. 46, n. 3, p. 863–867, 1990.

REDDY, SA *et al.* Predictions of equatorial vertical plasma drift using TEC data and a neural network model. **Earth and Space Science**, v. 12, n. 6, p. e2024EA004167, 2025.

RENNER, HFM. **Plano de negócio de uma plataforma online para a oferta de serviços de personal trainer no mercado nacional**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Administração) - Departamento de Ciências Administrativas. Escola de Administração. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (RS), 2017.

RIMES, IOM. **Uma simulação computacional do passeio aleatório simples**. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemático-Estatístico-Computacional) – Instituto de Matemática e Estatística. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2015.

RODRIGUES, ALP; BRANDÃO, DC. Fatores motivacionais que levam mulheres entre 18 e 30 anos à procura e adesão ao treinamento com personal trainer em uma academia na cidade de Fortaleza-CE. **RBNE-Revista Brasileira de Nutrição Esportiva**, v. 11, n. 62, p. 168-175, 2017.

RODRÍGUEZ, CLB. **Inferência bayesiana no modelo normal assimétrico**. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.

RUBINSTEIN, RY; KROESE, DP. **Simulation and the Monte Carlo method**. New Jersey (EUA): Wiley-Interscience, 2007.

SANTOS, KRM. **Técnicas de amostragem inteligente em simulação de Monte Carlo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia. Universidade de São Paulo. São Carlos (SP), 2014.

SANTOS, PVR; NASCIMENTO, OV. O personal trainer: estratégias de marketing para retenção de clientes. **Revista Campo do Saber**, v. 4, n. 2, 2018. <https://periodicos.iesp.edu.br/campodosaber/article/view/229>

SHONKWILER, RW; MENDIVIL, F. **Explorations in Monte Carlo methods**. New York (EUA): Springer, 2014.

SILVA, AB; CARNEIRO, ACMG; SINDICO, SRF. Regras do governo brasileiro sobre serviços de telessaúde: revisão integrativa. **Planejamento e Políticas públicas**, n. 44, p. 167-188, 2015.

SILVA, WA *et al.* A influência da cocriação na confiança e lealdade nos serviços de Personal Trainer. **Revista Intercontinental de Gestão Desportiva**, v. 12, e110048, 2022.

SOSA, JLA. **Elaboración de un modelo de regresión binomial negativa aplicado a la incidencia de Covid19, en función de los cambios en la movilidad poblacional, en Guatemala**. Trabajo de Graduación (Maestro en Estadística Aplicada) - Facultad de Ingeniería. Universidad de San Carlos de Guatemala. Guatemala, 2022.

SVETLIZA, CF. **Modelos não-lineares com resposta binomial negativa**. Tese (Doutorado em Estatística) – Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2002.

TOLEDO, DD; ROCHA, JRC. O marketing como ferramenta para o personal trainer atuante na cidade de João Pessoa/PB. **Revista Campo do Saber**, v. 3, n. 1, 2017. <https://periodicos.iesp.edu.br/campodosaber/article/view/63>

TRIOLA, MF. **Introdução à estatística**. Rio de Janeiro: LTC, 2024.

VASCONCELOS, GM; PAULA, NL. **Processo da criação de uma startup para personal trainer**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de Produção) – Departamento de Engenharia de Produção. Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Universidade Federal de Ouro Preto. João Monlevade (MG), 2023.

WU, L *et al.* A forecasting method of optimal search area for *Ulva prolifera* green tide. **Journal of Sea Research**, v. 206, p. 102599, 2025. <https://doi.org/10.1016/j.seares.2025.102599>.

ZANETI, VE. **Personal trainer: uma abordagem conceitual**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Educação Física) - Instituto de Biociências. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro (SP), 2009.

ZEITHAML, VA; BITNER, MJ; GREMIER, DD. **Marketing de serviços**: a empresa com foco no cliente. Porto Alegre (RS): AMGH, 2014.

ZHOU, N *et al.* Drift trajectory prediction and search area optimization of marine targets based on hybrid optimization algorithm. **Ocean Engineering**, v. 337, p. 121874, 2025. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2025.121874>.