

PLANIFICATION DE L'OFFRE DE COURS SUR UNE PLATEFORME NUMÉRIQUE À L'AIDE DE LA PROGRAMMATION LINÉAIRE EN NOMBRES ENTIERS ET D'HEURISTIQUES

BARRETO, Ana Cristina Lopes y Glória¹; BRASIL, Roxana Macedo²; BRITO, Diogo de Freitas^{1,3}; JUNIOR, Homero da Silva Nahum^{1,4}

333

Resumo

O estudo objetivou selecionar a melhor oferta de cursos para maximizar o retorno com uma plataforma digital. Os dados utilizados foram número de interessados e índice normalizado de retorno (1 até 10) por cada curso. A codificação foi realizada no RStudio 2022.07.1+554. Os resultados do modelo de programação linear inteira indicaram retorno máximo de 28 unidades (limite superior = 33), oferecendo seis dos sete cursos possíveis e tendo 123 alunos dos 220 possíveis. A heurística construtiva sobre interessados/retorno forneceu o mesmo resultado, o qual não foi possível melhorar com a heurística de refinamento. Então, a conclusão foi pela conquista do modelo de maximização do retorno.

Palavras-chave: Pesquisa operacional. Matemática. Negócios. Administração. Economia.

Résumé

L'étude visait à sélectionner la meilleure gamme de cours pour maximiser les retours d'une plateforme numérique. Les données utilisées sont le nombre de personnes intéressées et le taux de retour normalisé (1 à 10) pour chaque cours. Le codage a été effectué dans RStudio 2022.07.1+554. Les résultats du modèle de programmation linéaire en nombres entiers ont indiqué un rendement maximal de 28 unités (limite supérieure = 33), offrant six des sept cours possibles et comptant 123 étudiants sur un total possible de 220. L'heuristique constructive sur les parties prenantes/rendement a donné le même résultat, qui n'a pas pu être amélioré par l'heuristique de raffinement. La conclusion est donc que le modèle de maximisation du rendement a été couronné de succès.

Mots Clés: Recherche opérationnelle. Mathématiques. Affaires. Gestion. Économie.

Abstract

The study aimed to select the best range of courses to maximise returns from a digital platform. The data used was the number of interested people and the normalised return rate (1 to 10) for each course. Coding was carried out in RStudio 2022.07.1+554. The results of the integer linear programming model indicated a maximum return of 28 units (upper limit = 33), offering six of the seven possible courses and having 123 students out of a possible 220. The constructive heuristic on stakeholders/return provided the same result, which could

¹ Docentes do Curso de Educação Física do Centro Universitário Celso Lisboa;

² Docente Ph.D. em Educação Física;

³ Docente do Curso de Gestão Desportiva e do Lazer do Centro Universitário Celso Lisboa;

⁴ Docente da Escola de Saúde da Universidade Cândido Mendes.

not be improved with the refinement heuristic. So, the conclusion was that the return maximisation model was successful.

Keywords: Operational research. Maths. Business. Business administration. Economics.

Introduction

Dans la programmation linéaire, le modèle d'optimisation nécessiterait que toutes les fonctions soient linéaires (Abensur, 2018), notamment la fonction objectif, celle qui serait optimisée, maximisée ou minimisée, et les contraintes, fonctions qui caractériseraient les limites de l'optimisation par l'utilisation d'équations ou d'inégalités (Lachtermacher, 2016 ; Miranda, Galvão et Fogaça, 2015) en fonction du phénomène étudié, comme illustré en I.

Les modèles développés devraient être soumis aux hypothèses fondamentales de résolution (Abensur, 2018 ; Lachtermacher, 2016) : 1) proportionnalité, la valeur de la fonction objective serait proportionnelle à chaque variable de décision ; 2) additivité, le coût final serait la somme des parties inhérentes aux variables de décision, qui seraient nécessairement indépendantes ; 3) divisibilité, chaque variable de décision pourrait prendre une valeur fractionnaire ; et 4) certitude, tous les paramètres du modèle, en particulier les coefficients des variables de décision, seraient constants et connus, c'est-à-dire déterministes. Pour des phénomènes réels, cette hypothèse pourrait ne pas être respectée, car les coefficients seraient des approximations des valeurs moyennes des distributions de probabilité, ce qui nécessiterait une analyse de sensibilité, évaluant l'impact des changements sur la valeur de la fonction objective (Rodrigues *et al.*, 2014 ; Pinto, 2008).

Optimiser $Z = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$ (fonction objective)

Sous réserve:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \dots + b_{1n}x_n < c_1 \\ b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \dots + b_{2n}x_n = c_2 \\ \dots \\ b_{m1}x_1 + b_{m2}x_2 + \dots + b_{mn}x_n > c_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{array} \right. \quad (I)$$

être: a_i : coefficients de la fonction objective; x_i : variables de décision; b_i : coefficients des fonctions de contrainte; c_i : constantes.

Les caractéristiques mentionnées ci-dessus pourraient peut-être expliquer, au moins en partie, l'application de la programmation linéaire à l'optimisation de solutions de santé,

telles que l'allocation d'interventions médicales sous contraintes budgétaires et de visites médicales (Moreira, 2003), la planification de traitements de curiethérapie (D'Souza *et al.*, 2001), la formulation de régimes alimentaires équilibrés à un coût minimal tout en respectant les besoins nutritionnels (Henson, 1991 ; Colavita et D'Orsi, 1990), l'évaluation de la santé bucco-dentaire (Colussi, Calvo et Torres, 2013) et l'optimisation de l'accès aux soins primaires (Battesini, Coelho et Seta, 2018).

La programmation linéaire en nombres entiers est une modélisation de la programmation linéaire, mais avec la restriction supplémentaire que les variables de décision sont des nombres entiers génériques ou communs. Si toutes les variables sont des nombres entiers, on parle alors de programmation linéaire en nombres entiers ou de programmation en nombres entiers totale, sinon on parle de programmation linéaire en nombres entiers mixte ou de programmation en nombres entiers mixte (Lachtermacher, 2016). Cependant, dans les phénomènes à variables binaires (dichotomiques, factices ou *dummy*), exprimant l'idée de vrai ou de faux, ou de oui ou de non, par exemple, il pourrait s'agir de variables de décision limitées à l'ensemble $\{0, 1\}$ (Abensur, 2018). Ainsi, le modèle générique de programmation en nombres entiers serait similaire à I, avec une restriction supplémentaire (II) :

$$\text{Optimiser } Z = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \quad (\text{fonction objective})$$

Sous réserve:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \dots + b_{1n}x_n < c_1 \\ b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \dots + b_{2n}x_n = c_2 \\ \dots \\ b_{m1}x_1 + b_{m2}x_2 + \dots + b_{mn}x_n > c_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \\ x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{N} \end{array} \right. \quad (\text{II})$$

être: a_i : coefficients de la fonction objective; x_i : variables de décision; b_i : coefficients des fonctions de contrainte; c_i : constantes.

Cette modélisation serait utilisée dans les entreprises pour optimiser l'emplacement des installations (Mapa et Lima, 2012) ; la distribution d'électricité (Silva, 2024 ; Gonçalves, 2013) et les matières dans l'enseignement supérieur (Silva, 2024) ; la planification de la récolte forestière (Gomide, Arce et Silva, 2013), l'utilisation de la paille de canne à sucre (Tolentino, 2007), la planification des bus interurbains (Santos, 2014), la production de meubles (Wanderley, 2024), le mix de production (Santos, 2010) et la chaîne

d'approvisionnement (Camelo, 2024), ainsi que la sélection des fournisseurs pour la construction de puits de pétrole (Assis, 2021).

Dans le contexte de la recherche actuelle, l'heuristique serait une recherche intuitive d'une solution viable, de sorte que le contrepoint serait l'absence d'engagement dans l'optimisation. Les phénomènes combinatoires se prêtent particulièrement bien aux méthodes heuristiques (Abensur, 2018 ; Nicholson, 2007), tant que la complexité n'est pas élevée, lorsque l'utilisation de méta-heuristiques devient appropriée (Junqueira, 2024 ; Barbosa, 2024 ; Silva, 2024 ; Nepomuceno, 2006).

Actuellement, la recherche opérationnelle et l'intelligence artificielle se consacrent à l'étude des heuristiques, car elles tendent à trouver une solution de qualité adéquate (proche de la solution optimale) en un temps de calcul raisonnable. En conséquence, on obtiendrait des résultats de haute qualité pour la plupart des cas du phénomène, et cela permettrait des adaptations de faible complexité pour la résolution de problèmes de classes similaires. Toutefois, les conflits entre qualité et rapidité, et simplicité, qualité et rapidité seraient fréquents (Cordeau *et al.*, 2002).

Les méthodes heuristiques peuvent être classées en deux catégories : 1) les méthodes constructives, qui permettent d'obtenir une solution en ajoutant un seul élément à la fois et en répétant l'opération jusqu'à ce que les restrictions soient épuisées ; 2) les méthodes d'amélioration (ou de raffinement), qui cherchent à améliorer la solution initiale, normalement proposée par la méthode constructive. Dans ce cas, on utilise couramment la recherche locale ou de voisinage, qui peut être réalisée de différentes manières (tableau 1), dont les particularités résident dans le nombre maximal de combinaisons possibles en raison du nombre d'éléments (n) dans la solution initiale (Abensur, 2018).

Tableau 1 : Procédures heuristiques d'amélioration, compte tenu du nombre maximal de combinaisons, N(x).

Dénomination	Caractéristiques	N(x)
Échanger les paires adjacentes (<i>adjacent pairwise interchange</i>)	Les éléments séquentiels verront leur position modifiée	$n - 1$
Double échange de paires adjacentes (<i>dual adjacent pairwise interchange</i>)	Possibilité de modifier la position des paires d'éléments séquentiels	$\frac{n^2 + n - 4}{2}$
Échange de toutes les paires (<i>all pairs</i>)	Tous les articles verront leur position modifiée	$\frac{n(n - 1)}{2}$

Source : Les auteurs (2025).

Des modèles heuristiques ont été utilisés pour planifier la production dans les fonderies (Landman, 2005), tâches dans l'industrie des produits de nettoyage (Barbosa, 2024), les systèmes de puissance réactive (Mantovani, 1995) et le regroupement des livraisons (Andrade, 2015) ; pour évaluer la convivialité des pages web (Muñoz-Egido et Osti, 2017) et l'hospitalité dans le secteur de l'hébergement (Branco et Teles, 2019) ; pour fidéliser les clients des librairies (Rodrigues, 2002) ; et pour interpréter la culture environnementale (Vanegas, Valencia et Valencia, 2015). L'objectif de cette étude était donc de développer des modèles heuristiques et de programmation linéaire en nombres entiers pour sélectionner des offres de cours via des plateformes électroniques.

Méthodologie

Barreto (2024) a mené une recherche sur la demande de cours pour les professionnels de l'éducation physique et les étudiants de premier cycle, en générant une base de données à partir de laquelle ont été extraites des données sur le nombre de personnes intéressées et leurs domaines de connaissances respectifs (appelés A à G), ainsi que sur le prix qu'elles accepteraient de payer. Cette variable étant homogène, la valeur moyenne a été retenue. Le coût unitaire du produit a été estimé (Pinheiro, Borgert et Reis, 2015 ; Mendes, 2009), ce qui a permis de calculer la marge contributive potentielle de l'unité (Lima et Venzon, 2024 ; Pissinati et Dias, 2022). Cette valeur a été normalisée sur l'intervalle [1 ; 10] et utilisée comme indice de rendement (Tableau 2). Les estimations de coûts ont pris en compte la limite maximale de 220 personnes inscrites sur la plateforme.

Tableau 2 : Données sur la demande de plateformes.

Cours	Intéressé	Retour
A	31	3
B	140	5
C	22	7
D	10	1
E	8	4
F	33	9
G	19	4
Total	263	33
Limite	220	

Source : Les auteurs (2025).

L'utilisation de l'heuristique constructive a permis de hiérarchiser : 1) le rendement (Heuristique constructive sur le rendement - HCR), de sorte que les cours ont été inclus dans la solution initiale par ordre décroissant de cette caractéristique ; 2) le nombre de parties intéressées (Heuristique constructive sur les parties prenantes - HCI), les cours ont été inclus par ordre décroissant des parties intéressées ; et 3) le ratio parties intéressées/retour (Heuristique constructive sur les parties intéressées/le rendement - HCIR), l'inclusion s'est faite par ordre croissant de la raison.

La méthode Échange de toutes les paires a été utilisée pour l'heuristique d'amélioration. Le codage a été effectué dans RStudio 2022.07.1+554 « *Spotted Wakerobin* » Release (7872775ebddc40635780ca1ed238934c3345c5de, 2022-07-22) pour Windows(R), avec le paquet *lpsolve* 5.6.23 (Interface to 'Lp_solve' v. 5.5 to Solve Linear/Integer programs) et *lpSolveAPI* 5.5.2.0-17.12 (R Interface to 'lp_solve' Version 5.5.2.0) pour l'ensemble du programme. Et *lhs* 1.1.1 (Latin Hypercube Sampling) pour l'élaboration d'une heuristique.

Resultats et Discussion

Le modèle de programmation linéaire en nombres entiers exprimait l'optimisation par la maximisation de la fonction objective (III), établie par la somme du rendement, du produit entre les parties intéressées et de l'indice de rendement. La première restriction respectait la nécessité de maintenir un maximum de 220 étudiants sur la plateforme, et la dernière déterminait la nature binaire du modèle, étant donné que chaque cours n'aurait que deux résultats possibles : disponibilité ($x_i = 1$) ou non ($x_i = 0$).

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Z &= \sum_{i=1}^7 x_i r_i \\
 \text{Sous réserve:} \\
 \sum_{i=1}^7 x_i &\leq 220 & \text{(III)} \\
 x_i &\in \{0,1\}
 \end{aligned}$$

être: x_i : nombre d'inscriptions aux cours i ; r_i : indice de retour de cours i .

Les résultats (Tableau 3) indiquent que le cours B ne devrait pas être mis à disposition ($x_B = 0$), bien qu'il ait eu le plus grand nombre de personnes intéressées (140 personnes) à l'origine, ce résultat étant peut-être déterminé par le Retour médian (5 unités). Ainsi, la maximisation serait atteinte avec 28 unités totales, 123 inscriptions et 662 unités de Revenu (Tableau 4), c'est-à-dire que la performance maximale de Retour nécessiterait 55,91% du nombre maximal de personnes sur la plateforme numérique.

Tableau 3 : Résultats du modèle de programmation en nombres entiers.

Cours	Intéressé	Retour	X_i	Revenu
A	31	3	1	93
B	140	5	0	
C	22	7	1	154
D	10	1	1	10
E	8	4	1	32
F	33	9	1	297
G	19	4	1	6
Total	263	33	6	662

Source : Les auteurs (2025).

Tableau 4 : Comparaison entre les limites de la plate-forme et les résultats du modèle de programmation en nombres entiers.

Paramètres	Limite Supérieure	Modèle	Modèle, %
Fonction Objective	33	28	84,85
Équation	1362	662	48,60
Cours	7	6	85,71
Fréquenté	220	123	55,91

Source : Les auteurs (2025).

Le modèle HCR (tableau 5) présente un résultat inférieur à celui de la programmation en nombres entiers, car Retour Cumulé = 25 unités < Max (Z) = 28 unités, même si le rendement final est plus élevé (Revenu = 1183 unités > Équation = 662 unités). Cela peut sembler contradictoire à première vue, mais le Retour le plus élevé indiqué dans le Tableau 4 a nécessité 123 personnes, soit 80 personnes de moins que la solution obtenue par HCR.

Les résultats de la HCI (Tableau 6) confirment l'idée que l'utilisation de l'heuristique fournit toujours une solution adéquate, qui dans le cas étudié pourrait être le Retour Cumulé local maximum, mais ne serait pas nécessairement proche de la meilleure solution au problème (maximum global). Dans HCI, le Retour Cumulé (= 17 unités) était caractérisé par 11 unités de différence avec la solution optimale, nécessitant 204 entrées (92.73% Limite

Supérieure). En définitive, le choix de cette solution pourrait conduire à des coûts d'adoption et de maintenance qui ne convergent pas avec l'efficacité financière.

Tableau 5 : Résultats du modèle HCR.

Cours	Intéressé	Retour	Retour Cumulé	Intéressées Cumulées	Revenu
F	33	9	9	33	297
C	22	7	16	55	154
B	140	5	21	195	700
E	8	4	25	203	32
G	19	4			
A	31	3			
D	10	1			
Total	263	33			1183

Source : Les auteurs (2025).

Tableau 6 : Résultats du modèle HCI.

Cours	Intéressé	Retour	Retour cumulé	Intéressées cumulées	Revenu
B	140	5	5	140	700
F	33	9	14	173	297
A	31	3	17	204	93
C	22	7			
G	19	4			
D	10	1			
E	8	4			
Total	263	33			1090

Source : Les auteurs (2025).

Enfin, le modèle HCIR (Tableau 7) a guidé la prise de décision en fournissant les mêmes résultats que la programmation linéaire en nombres entiers, c'est-à-dire la solution optimale. Cela s'explique peut-être par le fait que Raison prend en compte simultanément Intéressé et Retour, contrairement aux modèles heuristiques précédents. Mathématiquement, le modèle de programmation linéaire le fait, mais en utilisant une méthode différente.

Comme prévu, l'application d'une heuristique de raffinement, en particulier la méthode d'échange de toutes les paires, n'a pas été en mesure d'améliorer la solution, étant donné qu'il s'agit déjà du meilleur résultat global (solution optimale) du problème. La simplicité du phénomène a favorisé la convergence du modèle d'optimisation, tout comme les résultats du HCIR. Cependant, si la complexité du phénomène était trop importante, il serait nécessaire d'utiliser l'informatique évolutionnaire, une branche de l'intelligence

artificielle basée sur l'évolution biologique, afin d'obtenir une optimisation globale (Ferreira, 2024 ; Barboza, 2005).

Tableau 7 : Résultats du modèle HCIR.

Cours	Intéressé	Retour	Raison	Retour cumulé	Intéressées cumulées	Revenu
E	8	4	2,00	4	8	32
C	22	7	3,14	11	30	154
F	33	9	3,67	20	63	297
G	19	4	4,75	24	82	76
D	10	1	10,00	25	92	10
A	31	3	10,33	28	123	93
B	140	5	28,00			
Total	263	33				662

Source : Les auteurs (2025).

Considérations Finales

Afin de modéliser l'offre de cours sur une plateforme électronique, des modèles heuristiques de programmation linéaire en nombres entiers ont été développés. Les modèles de programmation linéaire en nombres entiers et d'heuristique constructive ont indiqué que le rendement maximal serait de 28 unités. Il est donc possible de conclure que la solution optimisée a été atteinte.

À l'avenir, le problème pourrait être affiné, notamment dans le cadre de la programmation en nombres entiers, en séparant le taux de rendement en coût et en revenu. De même, des considérations sur la durée des cours pourraient être utilisées comme contraintes, étant donné que le chiffre d'affaires tend à favoriser le fait de servir davantage de clients externes et pourrait augmenter le rendement financier.

Références

ABENSUR, EO. **Pesquisa operacional para cursos de Engenharia de Produção**. São Paulo: Edgard Blücher, 2018.

ANDRADE, LA. **Métodos heurísticos aplicados ao problema de agrupamento de entregas em veículos de uma frota heterogênea**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de Produção) – Faculdade de Ciências Integradas do Pontal. Universidade Federal de Uberlândia. Ituiutaba (MG), 2015.

ASSIS, HR. **Proposta de uma ferramenta computacional para a seleção de fornecedores de recursos utilizados na construção de poços de petróleo offshore**. Dissertação (Mestrado Profissional em Engenharia de Produção e Sistemas Computacionais) - Instituto de Ciência e Tecnologia. Universidade Federal Fluminense. Rio das Ostras (RJ), 2021.

BARBOSA, JBM. **Aplicação de um algoritmo heurístico para minimização do Makespan em um problema de *flow shop* com considerações ambientais**: o caso de uma indústria de produtos de limpeza. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2024.

BARBOZA, AO. **Simulação e técnicas da computação evolucionária aplicadas a problemas de programação linear inteira mista**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica e Informática Industrial) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

BARRETO, ACLG. **Plano de negócios de plataforma para atualização e capacitação de profissionais de Educação Física**. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialista em Gestão de Negócios) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2025.

BATTESINI, M; COELHO, HS; SETA, MH. Uso de programação linear para otimizar o acesso geográfico em redes temáticas de atenção à saúde. **Cadernos de Saúde Pública**, v. 34, n. 7, e00055017, 2018.

BRANCO, R; TELES, A. Um modelo heurístico para análise de hospitalidade em tempos de hospedagem P2P. **Revista Hospitalidade**, v. 16, n. 2, p.; 93-113, 2019.

CAMELO, MM. **Modelo de programação linear inteira mista para o planejamento da cadeia de suprimentos do hidrogênio verde**: um estudo de caso. 2024. 82 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Centro de Tecnologia. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza (CE), 2024.

COLAVITA, C; D’ORSI, R. Linear programming and pediatric dietetics. **The British Journal of Nutrition**, v. 64, n. 2, p. 307-317, 1990.

COLUSSI, CF; CALVO, MCM; FREITAS, SFT. A Programação Linear na avaliação do desempenho da Saúde Bucal na Atenção Primária. **Einstein**, v. 11, p. 95-101, 2013.

CORDEAU, JF *et al.* A guide to vehicle routing heuristics. **Journal of Operational Research Society**, v. 53, n. 5, p. 512-522, 2002.

D’SOUZA, WD *et al.* An iterative sequential mixed-integer approach to automated prostate brachytherapy treatment plan optimization. **Physics in Medicine and Biology**, v. 46, n. 2, p. 297-322, 2001.

FERREIRA, FO. **Proposta metodológica para solução ótima do problema de carregamento de paletes em um plano bidimensional (2D-PCP)**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação) – Centro Tecnológico, de Ciências Exatas e Educação. Universidade Federal de Santa Catarina. Blumenau (SC), 2024.

GOMIDE, LR; ARCE, JE; SILVA, ACL. Comparação entre a meta-heurística *simulated annealing* e a programação linear inteira no agendamento da colheita florestal com restrições de adjacência. **Ciência Florestal**, v. 23, n. 2, p. 449-460, 2013.

GONÇALVES, RR. **Modelos de programação linear inteira mista para resolver problemas de otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Ilha Solteira (SP), 2013.

HENSON, S. Linear programming analysis of constraints upon human diets. **Journal of Agricultural Economics**, v. 42, n. 3, p. 380–393, 1991.

JUNQUEIRA, IA. **Um *iterated greedy* e uma *maturística* para o problema de roteamento de veículos elétricos com dois níveis e janela de tempo**. Dissertação (Mestrado em Ciência da

Computação) – Programa de pós-graduação em Ciência da Computação. Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora (MG), 2024.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisão**: modelagem em Excel®. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

LANDMAN, R. **Um modelo heurístico para a programação da produção em fundições com utilização da lógica fuzzy**. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis (SC), 2005.

LIMA, PAT; VENZON, C. Margem de contribuição e rentabilidade: precificação para sustentabilidade financeira. **Revista de Administração Dom Alberto**, v. 10, n. 2, p. 1-24, 2024.

LOPES, ALM; GALVÃO, ALMV; FOGAÇA, M. **Pesquisa operacional**: livro didático. Palhoça (SC): UnisulVirtual, 2015.

MANTOVANI, JRS. **Um modelo heurístico para solução do problema de planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica. Universidade Estadual de Campinas. Campinas (SP), 1995.

MAPA, SMS; LIMA, RS. Uso combinado de sistemas de informações geográficas para transportes e programação linear inteira mista em problemas de localização de instalações. **Gestão & Produção**, v. 19, n. 1, p. 119-136, 2012.

MENDES, JTG. Competição e competitividade das empresas brasileiras. **Revista Economia & Tecnologia**, v. 17, n. 5, p. 157-164, 2009.

MOREIRA, FR. Programação linear aplicada a problemas da área de saúde. **Einstein**, v. 1, p. 105-109, 2003.

MUÑOZ-EGIDO, D; OSTI, MV. Evaluación de usabilidad de los portales web de las bibliotecas universitarias españolas a partir de un modelo heurístico cognitivo-emocional. **Revista Española de Documentación Científica**, v. 40, n. 1, e165, 2017.

NEPOMUCENO, NV. **Combinação de metaheurísticas e programação linear inteira**: uma metodologia híbrida aplicada ao problema de carregamento de contêiner. Dissertação (Mestrado em Informática Aplicada) – Universidade de Fortaleza. Fortaleza (CE), 2006.

NICHOLSON, TAJ. **Optimization in industry**: Volume 1, Optimization Techniques. Abingdon(UK): Routledge, 2007.

PINHEIRO, NS; BORGERT, A; REIS, LS. Custeamento de produtos por meio de intervalos de confiança. **Contabilometria**, v. 2, n. 2, p. 12-25, 2015.

PINTO, KCR. **Aprendendo a decidir com a pesquisa operacional**: modelos e métodos de apoio a decisão Uberlândia (MG): EDUFU, 2008.

PISSINATI, LG; DIAS, E. A margem de contribuição como métrica de precificação visando lucro para a empresa. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 8, n. 10, p. 4334-4347, 2022.

RODRIGUES, EMT. **Fidelização de clientes a livrarias virtuais**: um modelo heurístico. Dissertação (Mestrado em Gestão Empresarial) – Escola Brasileira de Administração Pública e de Empresas. Fundação Getúlio Vargas. Rio de Janeiro, 2002.

RODRIGUES, LH *et al.* **Pesquisa operacional** – programação linear passo a passo. Do entendimento do problema à interpretação da solução. Porto Alegre (RS): Unisinos, 2014.

SANTOS, BS. **Programação de ônibus interurbano utilizando a técnica de programação linear inteira**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa (PR), 2014.

SANTOS, M. O uso da programação linear inteira (pli) no apoio à decisão e a otimização do mix de produção. **Anais do Encontro Nacional de Engenharia de Produção**: ABEPRO, 2010.

SILVA, CMG. **Modelo linear flexível para abordar diferentes estratégias de planejamento no sistema de distribuição de energia elétrica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica. Universidade Estadual de Londrina. Londrina (PR), 2016.

SILVA, LS. **Uma abordagem exata para o problema de distribuição de disciplinas**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Ciência da Computação) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande (MS), 2024.

SILVA, PPAP. **Uma matheurística de melhoria para o problema da mochila com conjuntos de penalidades**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Ciência da Computação) – Faculdade de Computação. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande (MS), 2024.

TOLENTINO, G. **Programação linear inteira aplicada ao aproveitamento do palhiço da cana-de-açúcar**. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Faculdade de Ciências Agrônômicas. Universidade Estadual Paulista. Botucatu (SP), 2007.

VANEGAS, DV; VALENCIA, JAR; VALENCIA, JD. Aplicación del modelo heurístico significativo en la interpretación de la cultura ambiental. **Face**, v. 15, n. 2, p. 107-116, 2015.

WANDERLEY, MLA. **Planejamento e programação da produção de uma indústria de móveis: uma abordagem por programação linear inteira**. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. Universidade Estadual de Campinas. Campinas (SP), 2024.