

EFICIÊNCIA DO NEGÓCIO *PERSONAL TRAINER* SOB O DOMÍNIO DA ANÁLISE DE ENVOLTÓRIA DE DADOS

BRITO, Diogo de Freitas^{1,2}; BRASIL, Roxana Macedo³; BARRETO, Ana Cristina Lopes y Glória²; JUNIOR, Homero da Silva Nahum^{2,4}

262

Resumo

O objetivo do estudo foi avaliar a eficiência dos tipos de treinamento oferecidos por determinado *personal trainer* do Rio de Janeiro. As modalidades disponibilizadas eram Musculação, Aeróbico, Funcional e Reabilitação, as quais foram submetidas aos modelos de retornos constantes de escala (CRS) e variáveis de escala (BCC). A implementação foi realizada em RStudio 2022.07.1+554. Independentemente do modelo, o Aeróbico foi considerado eficiente ($eff = 1,00$), mas o Reabilitação apresentou ineficiência oriunda da escala, CCR e BCC com respectivamente, $eff = 0,75$ e $eff = 0,80$. Quanto ao Funcional, CCR ($eff = 0,85$) e BCC ($eff = 0,90$) sugeriram realocação de recursos. A conclusão foi que o negócio era viável, especialmente pela rentabilidade do treinamento Aeróbico.

Palavras-chave: Pesquisa operacional. Administração. Economia. Matemática. Estatística.

Abstract

The aim of the study was to assess the efficiency of the types of training offered by a particular personal trainer in Rio de Janeiro. The modalities offered were Weight Training, Aerobics, Functional Training and Rehabilitation, which were subjected to constant returns to scale (CRS) and variable returns to scale (BCC) models. Implementation was carried out in RStudio 2022.07.1+554. Regardless of the model, Aerobic was considered efficient ($eff = 1.00$), but Rehabilitation showed inefficiency due to scale, CCR and BCC with $eff = 0.75$ and $eff = 0.80$ respectively. As for Functional, CCR ($eff = 0.85$) and BCC ($eff = 0.90$) suggested reallocating resources. The conclusion was that the business was viable, especially due to the profitability of Aerobic training.

Keywords: Operational research. Administration. Economics. Mathematic. Statistic.

Introdução

A Análise de Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* - DEA) seria um método de otimização não paramétrico, baseado em programação linear (Abensur, 2018), que estimaria a eficiência relativa de Unidades de Tomada de Decisão (*Decision Making Units* - DMU), por exemplo Organizações, hospitais, instituições de ensino, profissionais

¹ Docente do Curso de Gestão Desportiva e do Lazer do Centro Universitário Celso Lisboa;

² Docentes do Curso de Educação Física do Centro Universitário Celso Lisboa;

³ Docente Ph.D. em Educação Física;

⁴ Docente da Escola de Saúde da Universidade Cândido Mendes.

liberais ou serviços prestados por um único profissional. A interseção residiria na produção ou operação de diversos produtos ou serviços, denominadas entradas ou *outputs*, a partir do emprego ou consumo de variados insumos, denominados saídas ou *inputs* (Cooper, Seiford e Tone, 2007).

Simplificadamente, a vantagem da DEA sobre os métodos econométricos estaria em não requisitar o estabelecimento de alguma forma funcional pré-definida, permitindo que a comparação entre DMUs heterogêneas ocorresse pela ineficiência estimada em relação à fronteira eficiente, ou seja, conjunto das melhores práticas (Gomes, Mello e Angulo-Meza, 2011; Charnes *et al.*, 1994), processo conhecido como *benchmarks* (DMUs eficientes para ineficientes).

Na literatura científica existem diversos modelos para modelagem da DEA, cuja escolha dependeria das características do conjunto de DMU (Banker, Charnes e Cooper, 1984; Charnes, Cooper e Rhodes, 1978). Todavia, os mais frequentemente empregados seriam aqueles que assumiriam os retornos como constantes de escala (*Constant Returns to Scale* - CCR ou CRS) ou variáveis de escala (*Variable Returns to Scale* – VRS ou BCC).

No CCR, a hipótese de aumento ou redução do custo por unidade à medida que a produção aumentasse, compreendidos respectivamente como deseconomia e economia de escala (Hazlitt, 2020; Mankiw, 2019; Blanchard, 2017; Harford, 2007), seria inexistente, ou seja, os retornos de escala seriam constantes. Isso equivaleria a considerar que todas as DMUs produziram ou operariam em escala ótima. Então, a proporcionalidade entre *inputs* e *outputs* estaria estabelecida, logo a fronteira de eficiência seria uma reta passando pela origem (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978). Consequentemente, na violação da escala constante, a superestimativa da ineficiência se apresentaria. Matematicamente, o modelo poderia ser desenvolvido para minimizar insumos (I) ou maximizar produtos, sendo passível à transformação para programação linear (II)

$$\begin{aligned} \text{Máx } h_k &= \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \\ \text{Sujeito a:} \\ \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} &\leq 1, \forall j \\ u_r, v_i &\geq \varepsilon \text{ (evitando pesos nulos)} \end{aligned} \quad (I)$$

Onde: y_{rj} , quantidade de *output* r da DMU j ; x_{ij} , quantidade de *input* i da DMU j ; u_r, v_i , pesos a serem estimados; ε , constante infinitesimal.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } \theta_k \\ \text{Sujeito a} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_k x_{ik}, \forall i \text{ (redução proporcional de inputs)} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \leq y_{rk}, \forall r \text{ (manutenção de output)} \\ \lambda_j \geq 0, \forall j \end{array} \right\} \quad (II)$$

A modelagem por CCR seria indicada 1) na inexistência de ajuste para escala, quando se avaliaria a eficiência técnica global (Blas-Cortés *et al.*, 2023; Balcázar, Chávez e Castro, 2021) 2) quando a economia de escala não seria evidenciada, por exemplo Organizações com produção linear (Pereira e Mello, 2015; Mello, Gomes e Assis, 2005); e 3) nos casos em que a eficiência não seria influenciada pelo tamanho, filiais de bancos com recursos proporcionais (Macanda, 2015; Falsarella Junior, 2014).

O modelo BBC consideraria que os retornos seriam variáveis em escala, o que poderia ocorrer quando a DMU sofreria crescimento mais que proporcional (economia de escala) ou menos que proporcional (desenconomia de escala), em qualquer dos casos, a fronteira de eficiência seria convexa. Por consequência, na representação (I) seria incluída a restrição de convexidade dada por $\sum \lambda_j = 1$, a qual teria a redação detalhada como $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ para ser incorporada à (II). A vantagem do BBC estaria na possibilidade de discriminar as ineficiências técnica, deficiência na gerência, e de escala, quando essa seria inadequada (Banker, Charnes e Cooper, 1984).

Valeria destacar que a avaliação da eficiência técnica (eficiência técnica pura) tenderia a ser realizada com o modelo BCC, enquanto que a ineficiência de escala requisitaria a comparação com CCR (Førsund e Hjalmarsson, 2004; Banker e Thrall, 1992). Para além do exposto, o BCC seria recomendado quando 1) o tamanho da DMU influenciaria a eficiência, como em unidades hospitalares (Drei e Angulo-Meza; 2024); e 2) os custos fixos fossem significativos, tradicionalmente, nas áreas de saúde e educação (Pereira *et al.*, 2024).

Uma extensão do BCC seria o teste de Banker e Thrall, o qual auxiliaria na identificação da relação da escala de produção/operação com a ineficiência de determinada DMU, a partir do somatório dos pesos (λ) daquele modelo, podendo apresentar por desfecho: 1) Retornos Crescentes de Escala (*Increasing Returns to Scale* - IRS), se $\sum \lambda < 1$, a DMU seria mais eficiente aumentando a escala; 2) Retornos Constantes de Escala (*Constant Returns to Scale* - CRS), se $\sum \lambda = 0$, logo a DMU operaria em escala ótima, por consequência, o CCR forneceria o melhor modelo; 3) Retornos Decrescentes de Escala (*Decreasing Returns to Scale* - DRS), $\sum \lambda > 0$, indicando que a escala deveria ser reduzida para aumentar a eficiência. Para tanto, o modelo BCC deveria ser resolvido, obtendo os pesos, cuja soma se submeteria às hipóteses (Banker e Thrall, 1992):

H0: A DMU i operaria em Retornos Constantes de Escala (CRS)

H1: A DMU i operaria em Retornos Variáveis de Escala (IRS ou DRS)

$$\forall i \in I = \{1, 2, \dots, n\}$$

Pragmaticamente, os dois modelos deveriam ser desenvolvidos, porque a ineficiência de escala seria caracterizada por Eficiência(BCC) > Eficiência(CCR). O método DEA teria por estágios, nessa ordem (Emrouznejad e Yang, 2018): 1) identificação das DMUs, as quais deveriam ser comparáveis, logo detentoras do mesmo conjunto de características; 2) seleção dos *inputs* e *outputs*, as variáveis não poderiam admitir valores negativos, e deveriam ser monotômicas (comportamentos semelhantes); 3) formulação do objetivo, minimizar *inputs* ou maximizar *outputs*; 4) implementar os modelos CCR e BCC; 5) utilizar a programação linear para resolvê-los; 6) realizar a interpretação, sabendo que Eficiência = 1,00 indicaria que a DMU seria eficiente, e Eficiência < 1,00, demonstraria a ineficiência; 6) realização da análise de sensibilidade, envolvendo 6.1) identificação de *benchmarks*, e 6.2) ajustes de *inputs* e *outputs*.

Não obstante a facilidade para gerenciar diversas entradas e saídas, a seleção de variáveis deveria ser rigorosa, evitando a maldição da dimensionalidade (*curse of dimensionality*), a qual significaria que o número de variáveis (dimensões) estaria diretamente relacionado à dificuldade de processamento, análise e visualização, sobretudo se houver erros de medida ou *outliers* (Karagiannis e Karagiannis, 2023; Ünsal, Friesner e Rosenman, 2022; Chen, Tsionas e Zelenyuk, 2021; Ferreira e Gomes, 2020; Lee e Cai, 2020; Charles, Aparicio e Zhu, 2019), os dificultadores seriam:

- Exponencial aumento do volume de dados: o espaço de busca da solução aumentaria exponencialmente à medida que a quantidade de dimensões se elevaria, porque os dados estariam mais dispersos, comprometendo a identificação de padrões ou relações úteis;
- Dificuldades em *clustering* e classificação: atenuação da significância das possíveis diferenças entre pontos, o que mitigaria o desempenho de algoritmos como *K-Means* ou regressão logística;
- *Overfitting* em aprendizado de máquina: o ajuste do modelo aos dados de treinamento tenderia a ser excessivo (artificializado), comprometendo o desempenho sobre novos dados, o que o tornaria inútil;
- Elevado custo computacional: espaços de alta dimensionalidade requisitariam maiores capacidades de memória e processamento, tornando algumas técnicas computacionalmente inviáveis.

A literatura preconizaria que durante a seleção de variáveis, a eliminação de redundâncias e identificação das relevâncias seriam determinantes, não havendo impedimento à aplicação de métodos de seleção de características (Senra *et al.*, 2007) e redução de dimensionalidade (Silva *et al.*, 2024; Rodrigues, 2023; Leal, 2023), por exemplo análise de componentes principais (Barbosa *et al.*, 2005; Kubrusly, 2001). Tais considerações convergiram ao desenvolvimento metodológico, particularmente, no condizente à estima de eficiência, consideração de restrições sobre os multiplicadores, variação de dados e ao status das variáveis (Cook e Seiford, 2009). Como foi o caso do modelo de aferição baseado em folgas (*Slacks-Based Measure* - SBM) na presença de *inputs* indesejáveis, permitindo melhorar a identificação de desperdícios (Gerami *et al.*, 2024). Nesse sentido, o modelo com supereficiência identificaria e permitiria a extração de *outliers*, aspecto basilar em políticas públicas de saúde, sobretudo na avaliação de gastos em Atenção Primária à Saúde, considerando variáveis como densidade demográfica, tamanho populacional, Produto Interno Bruto (PIB) *per capita*, e localização geográfica de municípios (Gontijo e Reis, 2021).

O quadro apresentado explicaria, não na plenitude, investigações ao planejamento de ações em saúde básica na microrregião de Umarizal (RN) com base na aplicação de recursos em saúde básica, visando ampliar e facilitar o acesso aos serviços (Pereira *et al.*, 2024). Na contemporaneidade, a ideia de Organizações enxutas (*Lean Manufacturing*)

seria recorrente, tendo alcançado a área de saúde sob a denominação de *Lean Healthcare* (Vieria *et al.*, 2020; Régis, Gohr e Santos, 2018; Soliman e Saurin, 2017). Todavia, no contexto dos hospitais públicos brasileiros seria imperativa a quantificação da eficiência do método, tomando como *inputs*, tempo e deslocamento à assistência, e como *output*, a quantidade de internações. Tal como realizado por Drei e Angulo-Meza (2024), demonstrando que a eficiência se elevou em somente parte das instituições que adotaram o *Lean Healthcare*.

Caracteristicamente, a área de saúde seria n-complexa (Cabral, Viana e Gontijo, 2020; Erdmann *et al.*, 2004), portanto a adequação das aplicações de DEA poderiam ser indícios de conformidade em outros campos do conhecimento como, por exemplo, agronegócios (Gomes, Mangabeira e Mello, 2005), transporte (Cicolin e Oliveira, 2016; Sampaio, Sampaio e Sampaio, 2006; Mello *et al.*, 2003), hotelaria (Oliveira, Pedro e Marques, 2015), educação (Giacomello e Oliveira, 2014; Casado, 2007), e financeiro (Nova, 2013; Souza e Macedo, 2009; Siqueira *et al.*, 2009; Macedo, Santos e Silva, 2006), especialmente, de clubes de futebol (Fonseca, 2021; Biaso, 2016; Nascimento *et al.*, 2015). Então, o presente estudo objetivou avaliar a eficiência dos tipos de treinamento disponibilizados por *personal trainer*.

Metodologia

Os dados eram referentes à atividade de um único *personal trainer*, atuante na cidade do Rio de Janeiro há 13 anos. A atividade laboral disponibilizava os treinamentos de força (Musculação), Aeróbico, Funcional e Reabilitação, os quais foram descritos pelas variáveis Tempo médio de sessão, Custo de equipamentos, Repasse médio às academias, quantidade média de Sessões, Receita média, número de Clientes, taxa de Retenção, e Resultado médio dos clientes. Considerou-se os dados referentes aos 12 meses de 2024, e a opção pelos respectivos valores médios se deu pela identificação de baixa dispersão, Coeficiente de Variação < 20,00% (Triola, 2024).

A consideração de equipamentos em detrimento dos instrumentos se deu pelo fato dos primeiros se caracterizarem como necessários ao exercício da atividade laboral, ao passo que os outros seriam úteis, teriam serventia, à execução do serviço contrato, mas a ausência não a impossibilitaria. Exemplificando, cones, barreiras e cordas tenderiam a ser classificados como equipamentos, dada a necessidade ao desenvolvimento de treinamentos. Em contrapartida, cronômetro (unicamente dedicado à medição precisa do

tempo), cronógrafo (relógio combinado com cronômetro) ou dispositivos eletrônicos portáteis como *tablets* ou *laptops* (*gadget* em geral) para acompanhamento das sessões seriam instrumentos, porque o profissional dispunha de *smartphone* com as funções listadas.

O Resultado do cliente era a nota atribuída subjetivamente ao alcance do objetivo, variando entre zero (nada alcançado) e 100 (plenamente alcançado), tal padronização se fez necessária para possibilitar a comparação entre escopos como redução de massa corporal, aumento de massa muscular, elevação da capacidade aeróbica, correção postural e atenuação de dor.

Os modelos CCR e BCC foram implementados com orientação à minimização das entradas, assim como o teste de Banker e Thrall e análise de sensibilidade, utilizando o RStudio 2022.07.1+554 "Spotted Wakerobin" for Windows, e o pacote *Benchmarking* 0.3.3 (*Benchmark and Frontier Analysis Using DEA and SFA*).

Resultados e Discussão

O treinamento Aeróbico conquistou eficiência de 100,00% em ambos os modelos, portanto operaria na fronteira eficiente qualquer que fosse o regime de retorno (Tabela 1), logo a escala de operações era ótima. No Funcional, os 85,00% de eficiência indicariam, por consequência, a existência potencial de 15,00% de melhoria, alcançando, então a fronteira eficiente. Porém, considerando os retornos variáveis de escala, a margem potencial à operação ótima seria de 10,00%. De qualquer sorte, havia espaço para ajustar a escala de operações, possivelmente melhorando o negócio.

Tabela 1: Estimativas de Eficiência por Modelos.

DMU	CCR	BCC	Ineficiência de Escala
1. Aeróbico	1,00	1,00	1,00
2. Funcional	0,85	0,90	0,94
3. Musculação	0,95	1,00	0,95
4. Reabilitação	0,75	0,80	0,94

Fonte: Os Autores (2025).

Na Musculação (Tabela 1), a margem de ajuste foi menor, 5,00% contra 6,00% no Funcional. Tomando como constantes os retornos, essa DMU teve eficiência de 95,00%, mas no BCC operava na fronteira eficiente. Nos dois últimos casos, os respectivos

desperdícios não seriam, a princípio, preocupantes, pois foram inferiores aos 20,00%, que pese a ausência de sustentação científica para fixá-lo como ponto de corte.

À luz do pragmatismo, costumaz seria considerar como merecedora de atenção a DMU cuja eficiência fosse menor que a média das eficiências das demais DMUs, tomando tal prática como orientadora da análise, possível foi perceber que Reabilitação (Tabela 1) careceria de atenção, pois sob o modelo CCR, $eff = 0,75 < Média (eff_{1,2,3}) = 0,93$, e BCC, $eff = 0,80 < Média (eff_{1,2,3}) = 0,97$. Dito de outra forma, enquanto que em retornos constantes, o desperdício médio das entradas foi de, aproximadamente, 7,00%, e nos retornos variáveis de escala, 3,00%, no Reabilitação alcançou, 25,00% e 20,00%, nessa ordem.

Tais resultados, contingentemente, refletiriam a demanda por sessões mais longas ou tempo à percepção de resultados, quando o processo de treinamento almejaria a recuperação de estrutura orgânica (Ribeiro *et al.*, 2024; Falcão *et al.*, 2024; Silva *et al.*, 2024; Sousa *et al.*, 2023; Silva e Mannrich, 2009; Costa e Monteagudo, 2008; Rossi e Brandalize, 2007; Cortez *et al.*, 2005), o que no caso estudado poderia tornar os custos desproporcionais ou elevado o consumo de insumos. O teste de Banker e Thrall (Tabela 2) corroborou as considerações, pois o Aeróbico foi confirmado como operando em escala ótima, portanto os retornos seriam constantes de escala.

Tabela 2: Resultados do Teste de Banker e Thrall.

DMU	$\Sigma\lambda$	Retornos de Escala
Aeróbico	1,00	Constantes
Funcional	1,10	Decrescentes
Musculação	0,90	Crescentes
Reabilitação	1,20	Decrescentes

Fonte: Os Autores (2025).

A Musculação operava abaixo do ideal, então, considerando que alterar o tempo médio da sessão dependeria do cliente, o profissional poderia 1) reavaliar a prescrição dos treinos para potencializar os resultados (Roschel, Tricoli e Ugrinowitsch, 2011; Azevedo *et al.*, 2007; Barbanti, Tricoli e Ugrinowitsch, 2004); 2) selecionar equipamentos com elevadas durabilidade e eficiência, reduzindo a necessidade de reposição; 3) escolher fornecedores com condições de aquisição mais favoráveis (Rebouças, Nobre Júnior e Lopes, 2018; Helmann e Marçal, 2007); 4) no exercício laboral em academias, o desenvolvimento e oferta de pacotes de serviços com maior valor agregado poderia compensar o repasse (Cunha,

Pereira e Neves, 2015; Santos e Zilber, 2014; Domingos, 2013); e 5) avaliar a possibilidade de ampliação da própria capacidade de atendimento, associando-a ao planejamento de marketing ou formulação de parcerias (Satur, Pinho Neto e Duarte, 2018; Silva e Pereira, 2015; Ikeda, Campomar e Veludo-De-Oliveira, 2007; Khauaja e Campomar, 2007; Toledo, Campomar e Toledo, 2006). Valeria destacar que os resultados poderiam ser distintos se a distância percorrida pelo *personal trainer* para realizar o atendimento fosse considerada, assim como os ganhos líquidos ou a margem de contribuição em substituição à Receita (Brasil, Barreto e Junior, 2024).

Para Funcional e, principalmente, Reabilitação, a elevação dos resultados era mais lenta que o consumo de insumos, reforçando a baixa eficiência técnica global (Tabela 1), em ambos os casos, os retornos variáveis em escala seriam adequados ao negócio, portanto as escalas deveriam ser ajustadas, especialmente, considerando que o valor agregado desses serviços seria superior aqueles das demais modalidades, poderia ser razoável elevar a Receita média, aumentando os honorários (Breviário *et al.*, 2024; Brasil, Barreto e Junior, 2022; Alves *et al.*, 2018; Santos e Zilber, 2014; Silva-Grigoletto, Brito e Heredia, 2014).

Considerações Finais

Os modelos de DEA indicaram que o treinamento Aeróbico seria o mais rentável, enquanto que Musculação necessitaria de algum ajuste. Mas, o Funcional deveria avaliar a realocação de recursos, e a Reabilitação precisaria ser planejada estrategicamente, dados os custos desproporcionais. Por conclusão, possível foi afirmar que a análise de envoltória de dados indicou que o negócio do *personal trainer* era viável.

As investigações futuras devem considerar modelo de aferição baseado em folgas para identificar desperdícios específicos. Assim como a DEA supereficiente para ordenar as DMUs, podendo serem essas os serviços disponibilizados (modalidades), clientes (faixa etária, condição de saúde ou nível socioeconômico, dentre outros), locais de prestação de serviço (condomínios residenciais, academias de ginástica ou bairros, por exemplo), turnos ou origem do serviço/cliente (iniciativa própria, indicação (de médico, fisioterapeuta, psicólogo, nutricionista ou outro cliente) ou propaganda). Finalmente, a atuação do profissional de Educação Física poderia se tornar inovadora ou, pelo menos, modificada, pela estimativa de eficiência de diversos *personal trainers*.

Referências

- ABENSUR, EO. **Pesquisa operacional para cursos de engenharia de produção**. São Paulo: Blücher, 2018.
- ALVES, FFM *et al.* Personal training: fatores relevantes para contratação do serviço. **RBPFX-Revista Brasileira de Prescrição e Fisiologia do Exercício**, v. 12, n. 80, p. 1156-1160, 2018.
- AZEVEDO, PHSM *et al.* Atualidades científicas sobre a avaliação e prescrição do treinamento físico para atletas de alta performance. **Lecturas: Educación Física y Deportes. Buenos Aires**, v. 12, n. 111, p. 291-296, 2007.
- BALCÁZAR, C; CHÁVEZ, S; CASTRO, E. Eficiencia técnica de los programas académicos de pregrado de la Universidad Nacional Toribio Rodríguez de Mendoza de Amazonas. **Revista Científica Pakamuros**, v. 9, n. 2, p. 15-28, 2021.
- BANKER, RD; CHARNES, A; COOPER, WW. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. **Management Science**, v. 30, n. 9, p. 1078–1092, 1984.
- BANKER, RD; THRALL, RM. Estimation of returns to scale using Data Envelopment Analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 62, n. 1, p. 74–84, 1992.
- BARBANTI, VJ; TRICOLI, V; UGRINOWITSCH, C. Relevância do conhecimento científico na prática do treinamento físico. **Revista Paulista de Educação Física**, v. 18, n. 8, p. 101-109, 2004.
- BARBOSA, L *et al.* Seleção de variáveis de desempenho de suínos por meio da análise de componentes principais. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v. 57, n. 6, p. 805-810, 2005.
- BIASO, F. **Eficiência econômico-esportiva dos clubes brasileiros de futebol da série A: uma aplicação de análise envoltória de dados**. Dissertação (Mestrado em Economia e Gestão Empresarial) – Universidade Candido Mendes. Rio de Janeiro, 2016.
- BLANCHARD, O. **Macroeconomia**. São Paulo: Pearson Universidades, 2017.
- BLAS-CORTÉS, J *et al.* Eficiencia técnica y economías de escala de los ingenios azucareros en México. **Revista mexicana de ciencias agrícolas**, v. 14, n. 5, p. 14-26, 2023.
- BRASIL, RM; BARRETO, ACLG; JUNIOR, HSN. Modelagem temporal de clientes externos e ganhos líquidos no negócio *personal trainer*. **Revista Presença**, v. 10, n. 22, p. 253-272, 2024.
- BRASIL, RM; BARRETO, ACLG; JUNIOR, HSN. Treinamento funcional para idoso: percepção do praticante e indicadores objetivos à luz da análise do discurso e metanálise. **Revista Presença**, v. 8, n. 17, p. 27-40, 2022.
- BREVIÁRIO, ÁG *et al.* Aplicações da realidade virtual na reabilitação funcional de idosos: avanços e desafios para a fisioterapia geriátrica. **Revista FisiSenectus**, v. 12, n. 1, p. 105-117, 2024.
- CABRAL, MFCT; VIANA, AL; GONTIJO, DT. Utilização do paradigma da complexidade no campo da saúde: revisão de escopo. **Escola Anna Nery**, v. 24, n. 3, e20190235, 2020.
- CASADO, FL. Análise envoltória de dados: conceitos, metodologia e estudo da arte na educação superior. **Revista Sociais e Humanas**, v. 20, n. 1, p. 59-71, 2007.
- CHARLES, V; APARICIO, J; ZHU, J. The curse of dimensionality of decision-making units: A simple approach to increase the discriminatory power of data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 279, n. 3, p. 929-940, 2019.
- CHARNES, A *et al.* **Data envelopment analysis: theory, methodology and applications**. Amsterdam (Netherlands): Kluwer Academic, 1994.

CHARNES, A; COOPER, WW; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, n. 6, p. 429–444, 1978.

CHEN, Y; TSIONAS, MG; ZELENYUK, V. LASSO+ DEA for small and big wide data. **Omega**, v. 102, a. 102419, 2021.

CICOLIN, LOM; OLIVEIRA, ALR. Avaliação de desempenho do processo logístico de exportação do milho brasileiro: uma aplicação da análise envoltória de dados–DEA. **Journal of Transport Literature**, v. 10, n. 3, p. 30-34, 2016.

COOK, WD; SEIFORD, LM. Data Envelopment Analysis (DEA) – Thirty years on. **European Journal of Operational Research**, v. 192, n. 1, p. 1–17, 2009.

COOPER, WW; SEIFORD, LM; TONE, K. **Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver software**. Berlin (Germany): Springer, 2007.

CORTEZ, AA *et al.* Reabilitação cardiopulmonar e metabólica: aspectos práticos e responsabilidades. **Revista Brasileira de Medicina do Esporte**, v. 11, n. 6, p. 313-318, 2005.

COSTA, RMD; MONTEAGUDO, MDG. Espondilite Anquilosante: o exercício físico como reabilitação e promotor da qualidade de vida. **Motricidade**, v. 4, n. 2, p. 12-21, 2008.

CUNHA, IBA; PEREIRA, FCM; NEVES, JTR. Análise do fluxo informacional presente em uma empresa do segmento de serviços de valor agregado (SVA). **Perspectivas em Ciência da Informação**, v. 20, n. 4, p. 107-128, 2015.

DOMINGOS, FTS. **Estratégia do valor agregado: a importância da qualidade dos serviços como diferencial competitivo**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Administração) – Universidade do Sagrado Coração. Bauru (SP), 2013.

DREI, SM; ANGULO-MEZA, L. Lean healthcare efficiency assessment in brazilian public hospitals with a data envelopment analysis (DEA) approach. **Pesquisa Operacional**, v. 44, e287339, 2024.

EMROUZNEJAD, A; YANG, G. A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 61, p. 4–8, 2018.

ERDMANN, AL *et al.* As organizações de saúde na perspectiva da complexidade dos sistemas de cuidado. **Revista Brasileira de Enfermagem**, v. 57, n. 4, p. 467-471, 2004.

FALCÃO, TN *et al.* Desfecho de um Programa de Reabilitação Física sobre a Funcionalidade e Impacto na Qualidade de Vida em Pacientes no Pós-Operatório de Transplante Hepático: Uma Revisão Sistemática. **Brazilian Journal of Transplantation**, v. 27, e4424, 2024.

FALSARELLA JUNIOR, E. **Análise das técnicas de fronteira na mensuração da eficiência em bancos: uma meta-análise**. Dissertação (Mestrado em Administração) – Programa de Pós-graduação em Administração de Organizações. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. Universidade de São Paulo. Ribeirão Preto (SP), 2014.

FERREIRA, CMC; GOMES, AP. **Introdução à análise envoltória de dados**. Viçosa (MG): Editora UFV, 2020.

FONSECA, MG. **Estudo da eficiência econômico-financeira e esportiva dos principais clubes de futebol profissional do Brasil a partir da análise dos gastos financeiros: uma abordagem via Análise Envoltória de Dados**. Monografia (Graduação em Engenharia de Produção) - Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Universidade Federal de Ouro Preto. João Monlevade (MG), 2021.

FØRSUND, FR; HJALMARSSON, L. Are all scales optimal in DEA? Theory and empirical evidence. **Journal of Productivity Analysis**, v. 21, n. 1, p. 25–48, 2004.

GERAMI, J *et al.* A novel approach based on inverse non-radial DEA process for dealing with undesirable outputs. **Pesquisa Operacional**, v. 44, e278382, 2024.

GIACOMELLO, CP; OLIVEIRA, RL. Análise Envolvória de Dados (DEA): uma proposta para avaliação de desempenho de unidades acadêmicas de uma universidade. **Revista Gestão Universitária na América Latina-GUAL**, v. 7, n. 2, p. 130-151, 2014.

GOMES, EG; MANGABEIRA, JAC; MELLO, JCCS. Análise de envoltória de dados para avaliação de eficiência e caracterização de tipologias em agricultura: um estudo de caso. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 43, n. 4, p. 607-631, 2005.

GOMES, EG; MELLO, JCCBS; ANGULO-MEZA, L. **Introdução à análise por envoltória de dados**. Rio de Janeiro: Interciência, 2011.

GONTIJO, TS; REIS, IA. Os determinantes da eficiência na Atenção Primária à Saúde dos municípios paulistas: um modelo georreferenciado. **Physis: Revista de Saúde Coletiva**, v. 31, n. 1, e310132, 2021.

HARFORD, T. **O economista clandestino**. Rio de Janeiro: Record, 2007.

HAZLITT, H. **Economia em uma única lição**. São Paulo: LVM, 2020.

HELMANN, KS; MARÇAL, RFM. Método multicritério de apoio à decisão na gestão da manutenção: aplicação do método electre I na seleção de equipamentos críticos para processo. **Revista Gestão Industrial**, v. 3, n. 1, p. 123-134, 2007.

IKEDA, AA; CAMPOMAR, MC; VELUDO-DE-OLIVEIRA, TM. Planejamento de marketing: um estudo no contexto brasileiro. **Base Revista de Administração e Contabilidade da UNISINOS**, v. 4, n. 2, p. 113-125, 2007.

KARAGIANNIS, R; KARAGIANNIS, G. Nonparametric estimates of price efficiency for the Greek infant milk market: Curing the curse of dimensionality with shannon entropy. **Economic Modelling**, v. 121, a. 106202, 2023.

KHAUAJA, DMR; CAMPOMAR, MC. O sistema de informações no planejamento de marketing: em busca de vantagem competitiva. **JISTEM-Journal of Information Systems and Technology Management**, v. 4, n. 1, p. 23-46, 2007.

KUBRUSLY, LS. Um procedimento para calcular índices a partir de uma base de dados multivariados. **Pesquisa Operacional**, v. 21, n. 1, p. 107-117, 2001.

LEAL, GS. **Otimização de modelos SARIMA-DEA com ensembles e delineamento de misturas**. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Instituto de Engenharia de Produção e Gestão. Universidade Federal de Itajubá. Itajubá (MG), 2023.

LEE, CY; CAI, JY. LASSO variable selection in data envelopment analysis with small datasets. **Omega**, v. 91, a. 102019, 2020.

MACANDA, NPJ. **Eficiência dos bancos angolanos**. Dissertação (Mestrado em Contabilidade e Finanças) – Faculdade de Economia. Universidade de Coimbra. Coimbra (Portugal), 2015.

MACEDO, MAS; SANTOS, RM; SILVA, FF. Desempenho organizacional no setor bancário brasileiro: uma aplicação da análise envoltória de dados. **RAM. Revista de Administração Mackenzie**, v. 7, n. 1, p. 11-44, 2006.

MANKIW, NG. **Introdução à economia**. São Paulo: Cengage Learning, 2019.

MELLO, JC; GOMES, EG; ASSIS, AS. Eficiência DEA como medida de desempenho de unidades policiais. **Revista Produção Online**, v. 5, n. 3, 2005.

MELLO, JCCBS *et al.* Análise de envoltória de dados no estudo da eficiência e dos benchmarks para companhias aéreas brasileiras. **Pesquisa Operacional**, v. 23, n. 2, p. 325-345, 2003.

NASCIMENTO, JCHB *et al.* A eficiência dos maiores clubes de futebol brasileiros: evidências de uma análise longitudinal no período de 2006 a 2011. **Contabilidade Vista & Revista**, v. 26, n. 2, p. 137-161, 2015.

NOVA, SPCC. Quanto pior, melhor: Estudo da utilização da análise por envoltória de dados em modelos de análise de inadimplência/insolvência de empresas. **Revista Contemporânea de Contabilidade**, v. 10, n. 19, p. 71-96, 2013.

OLIVEIRA, RSLP; PEDRO, MIC; MARQUES, RDRC. Avaliação da eficiência das empresas hoteleiras do Algarve pela metodologia análise de envoltória de dados (DEA). **Revista brasileira de gestão de negócios**, v. 17, n. 54, p. 788-805, 2015.

PEREIRA, ER; MELLO, JCCBS. Uso da suavização da fronteira na determinação de pesos únicos em modelos DEA CCR. **Production**, v. 25, n. 3, p. 585-597, 2015.

PEREIRA, KEA *et al.* Eficiência do gasto público com saúde na microrregião de Umarizal/RN. **Refas**, v. 11, n. 2, p. 85-104, 2024.

REBOUÇAS, GP; NOBRE JÚNIOR, EF; LOPES, CPA. A importância da análise da composição de custo de referência na elaboração de um orçamento considerando a seleção do equipamento adequado. In: **Anais do 6º SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO – SIMEP**, 23 a 25 maio 2018, Salvador (BA): UNIFACS, 2018.

RÉGIS, TKO; GOHR, CF; SANTOS, LC. Implementação do lean healthcare: experiências e lições aprendidas em hospitais brasileiros. **Revista de Administração de Empresas**, v. 58, n. 1, p. 30-43, 2018.

RIBEIRO, CD *et al.* Componentes Centrais da Reabilitação a Crianças com Tumor Cerebral com recurso a Exergames: uma Scoping Review. **Revista Portuguesa de Enfermagem de Reabilitação**, v. 7, n. 2, p. e36244-e36244, 2024.

RODRIGUES, RRF. **Insumos e produtos na avaliação da eficiência técnica de hospitais: um estudo de seleção de variáveis baseado em entropia.** Tese (Doutorado em Ciências Contábeis) – Programa de Pós-graduação em Ciências Contábeis. Universidade do Vale do Rio dos Sinos. Porto Alegre (RS), 2023.

ROSCHER, Hamilton; TRICOLI, Valmor; UGRINOWITSCH, Carlos. Treinamento físico: considerações práticas e científicas. **Revista Brasileira de Educação Física e Esporte**, v. 25, n. especial, p. 53-65, 2011.

ROSSI, LP; BRANDALIZE, M. Pliometria aplicada à reabilitação de atletas. **Revista Salus**, v. 1, n. 1, p. 75-85, 2007.

SAMPAIO, BR; SAMPAIO, Y; SAMPAIO, L. Eficiência de sistemas de transporte público no Nordeste com Análise Envoltória de Dados (DEA). **Revista Econômica do Nordeste**, v. 37, n. 2, p. 261-275, 2006.

SANTOS, TL; ZILBER, MA. Relação entre as dimensões das capacidades dinâmicas e o processo de inovação: estudo de caso de uma empresa do setor de serviços de valor agregado. **RAI Revista de Administração e Inovação**, v. 11, n. 4, p. 213-234, 2014.

SATUR, RV; PINHO NETO, JAS; DUARTE, EN. Redimensionamento do espaço e do tempo: a incerteza e os desafios da sociedade, da informação e do planejamento do marketing. **Investigación bibliotecológica**, v. 32, n. 77, p. 151-173, 2018.

SENRA, LFAC *et al.* Estudo sobre métodos de seleção de variáveis em DEA. **Pesquisa Operacional**, v. 27, n. 2, p. 191-207, 2007.

SILVA, ACLG; MANNRICH, G. Pilates na reabilitação: uma revisão sistemática. **Fisioterapia em Movimento**, v. 22, n. 3, p. 449-455, 2009.

SILVA, AES *et al.* Comparação dos tipos de contrações musculares no tratamento da tendinopatia patelar em atletas. **Revista Multidisciplinar do Sertão**, v. 6, n. S1, a. S44-S44, 2024.

SILVA, FGF *et al.* Análise dos fatores determinantes da escala de produção de ferrovias brasileiras de 2006 a 2017: O que se pode concluir?. **Estudios económicos**, v. 41, n. 82, p. 273-297, 2024.

SILVA, MVB; PEREIRA, AL. As dificuldades de planejamento de marketing nas micro e pequenas empresas. **Negócios em Projeção**, v. 6, n. 1, p. 188-203, 2015.

SILVA-GRIGOLETTO, ME; BRITO, CJ; HEREDIA, JR. Treinamento funcional: funcional para que e para quem? **Revista Brasileira de Cineantropometria & Desempenho Humano**, v. 16, n. 6, p. 714-719, 2014.

SIQUEIRA, JRM *et al.* Desempenho social e ambiental do setor elétrico brasileiro: uma avaliação apoiada em análise envoltória de dados (DEA). **Pensar Contábil**, v. 11, n. 45, p. 13-23, 2009.

SOLIMAN, M; SAURIN, TA. Uma análise das barreiras e dificuldades em lean healthcare. **Revista Produção Online**, v. 17, n. 2, p. 620-640, 2017.

SOUSA, ESAS *et al.* O impacto de programas de reabilitação da marcha no tempo de internamento hospitalar–Scoping Review. **Revista Portuguesa de Enfermagem de Reabilitação**, v. 6, n. 1, p. e313-e313, 2023.

SOUZA, MFA; MACEDO, MAS. Análise de desempenho contábil-financeiro no setor bancário brasileiro por meio da aplicação da análise envoltória de dados (DEA). **Base Revista de Administração e Contabilidade da UNISINOS**, v. 6, n. 2, p. 81-100, 2009.

TOLEDO, LA; CAMPOMAR, MC; TOLEDO, GL. Planejamento de marketing e confecção do plano de marketing: Uma análise crítica. **Organizações & Sociedade**, v. 13, n. 37, p. 47-68, 2006.

TRIOLA, MF. **Introdução à estatística**. Rio de Janeiro: LTC, 2024.

ÜNSAL, MG; FRIESNER, D; ROSENMAN, R. The curse of dimensionality (COD), misclassified DMUs, and Bayesian DEA. **Communications in Statistics-Simulation and Computation**, v. 51, n. 8, p. 4186-4203, 2022.

VIEIRA, LCN *et al.* Lean Healthcare no Brasil: uma revisão bibliométrica. **Revista de Gestão em Sistemas de Saúde**, v. 9, n. 3, p. 381-405, 2020.