REVISTA PRESENÇA

ISSN: 2447-1534

CADEIA DE MARKOV A TEMPO DISCRETO PARA PREDIÇÃO DE FAIXAS DE RECEITA EM ESCOLA DE FUTEVÔLEI

BARRETO, Ana Cristina Lopes y Glória[1]; BRASIL, Roxana Macedo[2]; BRITO, Diogo de Freitas[1,3]; JUNIOR, Homero da Silva Nahum[1,4]

Resumo

O objetivo do estudo foi predizer a classe de receita de uma escola de futevôlei para seis seguintes. O estudo de caso se deu sobre uma instituição situada em Vitória (ES). As probabilidades de transição utilizadas foram estimadas com base no histórico do período de 2022 a 2024. Os resultados dependeram da consideração de sazonalidade nos períodos de maio a julho e janeiro a março, tendo esse modelo convergido à realidade que se apresentou em 2025, em metade dos meses comparados. Logo, concluiu-se que a modelagem capturou a idiossincrasia da escola, predizendo adequadamente a faixa de receita em razão das circunstanciais mensais.

Palavras-chave: Pesquisa operacional. Processo estocástico. Administração. Negócio. Modelagem.

Abstract

The aim of the study was to predict the revenue class of a footvolley school for the next six years. The case study centred on an institution located in Vitória (ES). The transition probabilities used were estimated based on the historical period from 2022 to 2024. The results depended on seasonality being taken into account in the periods from May to July and January to March, and this model converged with the reality presented in 2025, in half of the months compared. It was therefore concluded that the modelling captured the idiosyncrasies of the school, adequately predicting the range of income due to monthly circumstances.

Keywords: Operational research. Stochastic processes. Management. Business. Modelling.

Introdução

A Cadeia de Markov a Tempo Discreto seria um modelo estocástico descritor de determinada sequência de estados, na qual a probabilidade de transição para o próximo estado dependeria exclusivamente do estado atual, em detrimento da história do fenômeno.

[1] Docentes do Curso de Educação Física do Centro Universitário Celso Lisboa;
[2] Docente Ph.D. em Educação Física;
[3] Docente do Curso de Gestão Desportiva e do Lazer do Centro Universitário Celso Lisboa;
[4] Docente da Escola de Saúde da Universidade Cândido Mendes.

Essa característica foi denominada de Propriedade de Markov ou Memória Limitada (Norris, 1997).

Assim, entendendo estados como valores que certo sistema poderia assumir, o Espaço de Estados (*S*) seria o conjunto (finito ou não) de todos os possíveis estados (Feller, 1968), então, formalmente, para uma sequência de variáveis aleatórias $\{X_t\}t \geq 0$, a memória limitada seria expressa como em (I).

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}_{\mathrm{t}+1} = \mathrm{j} \mid \mathrm{X}_t = \mathrm{i}, \mathrm{X}_{\mathrm{t}-1} = \mathrm{i}_{\mathrm{t}-1}, \dots, \mathrm{X}_0 = \mathrm{i}_0) = \mathrm{P}(\mathrm{X}_{\mathrm{t}+1} = \mathrm{j} \mid \mathrm{X}_t = \mathrm{i}), \forall i, j \in \mathrm{S} \quad (I)$$

A ciência sobre os estados possibilitaria compreender que a cadeia de Markov seria considerada irredutível quando todos os elementos de *S* forem comunicáveis, ou seja, possível seria haver movimentação entre qualquer par de estados (Isaacson e Madsen, 1976). Então, esses se classificariam em (Tomé e Oliveira, 2014): 1) transiente, quando possível a partir dele chegar a outro estado, mas impossível retornar; 2) recorrente, se não transiente; 3) periódico, quando necessária mais de uma transição para retornar; 4) aperiódico, se recorrente e não periódico; 5) ergódico, se recorrente, aperiódico e há tempo de recorrência média finita; e 6) absorvente, quando possível alcança-lo de qualquer outro estado. Então, cada estado teria uma probabilidade inicial, cuja organização em vetor originaria a distribuição inicial (π_0), a partir do qual se formaria a Matriz de Transição (*P*). Os elementos dessa representariam as probabilidades de transição de estado *i* ao *j* quaisquer (P_{ij}), dadas por (II).

$$P_{ij} = P(X_{t+1} = j \mid X_t = i)\ com \sum_{j \in S} P_{ij} = 1, \forall i \in S \quad (II)$$

Então, necessário seria estimar as probabilidades de transição de *i* para *j* em *n* passos, o que se tornaria possível com a aplicação das Equações de Chapman-Kolmogorov (III), considerando que aquela transição passaria por algum estado intermediário *k* no *m-ésimo* passos, logo a probabilidade total seria o somatório das probabilidades de todas as trajetórias possíveis que incluíssem *k* (Kolmogorov, 1931).

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{k \in S} P_{ik}^{(m)} P_{kj}^{(n-m)}\ para\ 0 < m < n \quad (III)$$

ISSN: 2447-1534

Onde: $\Sigma_{k \in S}$, representaria o somatório de todos os estados intermediários de *k*; $P_{ik}^{(m)}$, ir de *i* para *j* em *m* passos; $P_{kj}^{(n-m)}$depois de ir de *k* para *j* nos *n-m* passos restantes.

Pela literatura (Müller, 2007; Taha, 2002; Taylor e Karlin, 1998; Ross, 1995), semanticamente (III) garantiu que o futuro não dependeria de todos os estados passados, mas apenas do corrente (Propriedade de Markov), portanto seria reflexo da derivação da lei da probabilidade total (IV), como tal possibilitaria a fatoração das probabilidades condicionais (V). Objetivamente, as Equações de Chapman-Kolmogorov corresponderiam ao produto de matrizes, assim se a matriz de transição em um passo fosse *P*, aquela em *n passos* seria $P^{(n)}$ dada por (VI).

$$P_{ij}^{(n)} = P(X_n = j|X_0 = i) = \sum_{k \in S} P(X_n = j, X_m = k|X_0 = i) \quad (IV)$$

$$\sum_{k \in S} P(X_m = k|X_0 = i).P(X_n = j|X_m = k) = \sum_{k \in S} P_{ik}^{(m)} P_{kj}^{(n-m)} \quad (V)$$

$$P^{(n)} = P^{(m)} P^{(n-m)} \; para \; 0 < m < n \quad (VI)$$

Exemplificando, dado Espaço de Estado, S = {1, 2}, e a respectivamente Matriz de Transição, $P = \begin{bmatrix} 0{,}20 & 0{,}80 \\ 0{,}35 & 0{,}65 \end{bmatrix}$, a probabilidade de transição de 1 para 2 em dois passos seria estimada por $P_{12}^{(2)} = P_{11}P_{12} + P_{12}P_{22} = 0{,}20.0{,}80 + 0{,}80.0{,}65 = 0{,}16 + 0{,}52 = 0{,}68$.

Não raramente, fenômenos sofreriam influência de ciclos econômicos, estações do ano ou período letivo, portanto as probabilidades de transição sofreriam variações periódicas no domínio do tempo, caracterizando a sazonalidade (Hyndman e Athanasopoulos, 2021). Por consequência, a Cadeia de Markov deixaria de ser homogênea (probabilidades fixas no tempo) para se tornar não homogênea, com transições dependentes do instante *t*. Isso requisitaria adaptações às equações de Chapman-Kolmogorov que deveriam expressar a dependência temporal (Isaacson e Madsen, 1976).

Assumindo, a sazonalidade como periódica, ou seja, repetição em série temporal, com período *T*, ciclos de repetição, então a matriz de transição *P(t)* seria dada por $P(t) =$

$P(t+T), \forall t$. Dessarte, a probabilidade de transição em *n* passos, do tempo *t* para *t+n*, seria estimada pelo produto das matrizes de transição de cada momento (VII).

$$P^{(t,t+n)} = P(t)P(t+1)\dots P(t+n-1) \quad (VII)$$

Sucintamente, a modelagem por cadeia de Markov a tempo discreto requisitaria independência do passado (Propriedade de Markov); espaço de estados rigorosamente definido, ou seja, estados completos e mutuamente exclusivos; e probabilidades de transição constantes ao longo do tempo (Cadeias Não Homogêneas). Todavia, as limitações estariam na incapacidade de descrever efeitos de longo prazo (memória curta); estacionariedade, ao assumir que as probabilidades de transição seriam constantes; e na complexidade computacional, dado que a dimensionalidade aumentaria com o espaço de estados (Ethier e Kurtz, 1986; Clarke e Disney, 1979; Cox e Miller, 1965).

Na existência de sazonalidade, o modelo se tornaria sensível à sazonalidade, portanto haveria perda de precisão, caso a sazonalidade não fosse periódica, como poderia ocorrer na presença de eventos aleatórios; o custo computacional se elevaria ($O(T \cdot |S|^3)$) pela exigência de maior número de cálculos; e cada período, *t mod T*, requisitaria dados suficientes à estimativa individual de cada matriz, *P(t)* (Bhattacharya e Waymire, 1990; Bartholomew, 1982; Karlin e Taylor, 1975; Kemeny e Snell, 1976) .

Baseado no anteriormente apresentado, as cadeias de Markov a tempo discreto poderiam ser consideradas modelos versáteis à descrição de sistemas dinâmicos com dependência sequencial limitada, o que associado à simplicidade matemática e capacidade preditiva, formaria a condição suficiente à ampla aplicação em cenários, nos quais o passado recente seria mais relevante que o histórico completo (Restum, 1999).

Por isso, o emprego em tomada de decisão médica (Sonnenberg e Beck, 1993) e estabelecimento de prognóstico de câncer (Beck e Pauker, 1983). Doenças infectos contagiosas teriam avaliações epidemiológicas, precisamente sobre a sazonalidade (Fisman, 2007) e essa associada à dinâmica (Altizer *et al.*, 2006) descritas por cadeias de Markov. Em esporte, possível foi demonstrar que a conquista de pontos no tênis não se aproximava de distribuição independente, mas da dinâmica binária (Klaassen e Magnus, 2001). Ratificando a versatilidade, o relacionamento com clientes externos (Pfeifer e Carraway, 2000) e a análise de sentimentos semanais e mensais sobre as taxas de câmbio, envolvendo euro, dólar estadunidense, libra esterlina, rand (África do Sul), yen (Japão) e

ISSN: 2447-1534

SDR (Madhava Rao e Ramachandran, 2016). Essa, *Special Drawing Rights* – SDR (Direitos Especiais de Saque), não seria moeda no sentido tradicional, mas ativo de reserva criado pelo Fundo Monetário Internacional para reforçar reservas internacionais, facilitar transações (ajuste de balança de pagamento e liquidação de dívidas), reduzir a dependência de moedas individuais e instrumento de alocação utilizado para apoiar economia em crise de países membros (Martins, 2017; Dada *et al.*, 2014). Alicerçado no exposto, a corrente investigação objetivou predizer a receita de uma escola de futevôlei.

Metodologia

A investigação e caracterizou como estudo de caso, pois considerou somente uma instituição de ensino de Futevôlei situada em Vitória (ES). A Receita mensal foi classificada pela administração em Baixa (≤ R$20.000,00), Alta (> R$60.000,00) ou Média (caso contrário), com ajustes pela inflação oficial, as classes listadas definiram o Espaço dos Estados. As probabilidades iniciais e de transição utilizadas foram estimadas com base nos registros entre dos meses de janeiro de 2022 a dezembro de 2024.

Identificados foram dois ciclos de sazonalidade periódica (T= 2), refletindo tendência de alta entre janeiro e março, e de baixa de maio a julho, cujas probabilidades específicas, também, foram estimadas, tornando a cadeia de Markov não homogênea. Após obtidas as predições para os seis primeiros meses de 2025, as estimativas para janeiro, fevereiro, março e abril foram comparados aos estados observados. A codificação do modelo se desenvolveu em linguagem R 4.4.2, utilizando o ambiente RStudio 2022.07.1+554 *for Windows*.

Resultados e Discussão

Os vetores iniciais reuniram as probabilidades de transição dos ciclos sem sazonalidade (Tabela 1), indicando que se o estado atual fosse Baixa (leitura em linha), a chance de permanência seria de 60,00%, de evolução ao Média no mês seguinte seria de 30,00%, e ao Alta de 10,00%, aproximadamente. Alternativamente, o entendimento (leitura em coluna) revelaria que atingir o estado Alta, a partir de Baixa e Média teria, respectivamente, 10,00% e 20,00% de chance, mas a probabilidade do negócio permanecer no Alta seria, de cerca, de 30,00%. A princípio, a coerência das distribuições se fez presente, pois o somatório de cada linha foi 100,00%.

ISSN: 2447-1534

Tabela 1: Matriz de Transição entre os Estados sem Sazonalidade.

	Baixa	Média	Alta
Baixa	0,60	0,30	0,10
Média	0,40	0,40	0,20
Alta	0,20	0,50	0,30

Fonte: Os Autores (2025).

A compreensão das probabilidades de transição com Sazonalidades (Tabela 2) seguiria o raciocínio anterior. Porém, as duas matrizes, em correspondência ao mesmo quantitativo de ciclos, revelaram comportamentos distintos. O primeiro semestre seria, caracteristicamente, a alta temporada, porque, caso o estado corrente fosse Baixa haveria tendência de aumento da chance de transição ao Média (35,00%) e Alta (15,00%). Se a situação fosse de receita Média, a probabilidade de se tornar Alta no mês subsequentemente seria de 30,00%. Comparativamente, P_{33} = 30,00% sem Sazonalidade (Tabela 1) se elevaria para P_{33} = 40,00% no ciclo em análise (Tabela 2).

Tabela 2: Probabilidades de Transição entre os Estados com Sazonalidades.

	Baixa	Média	Alta
Janeiro a março			
Baixa	0,50	0,35	0,15
Média	0,30	0,40	0,30
Alta	0,20	0,40	0,40
Maio a julho			
Baixa	0,70	0,25	0,05
Média	0,50	0,35	0,15
Alta	0,30	0,50	0,20

Fonte: Os Autores (2025).

Em contrapartida, a baixa temporada se manifestaria entre maio e julho (Tabela 2), porque a sazonalidade aumentaria a chance de permanência do estado Baixa (70,00%). Se o momento corrente fosse Média, as probabilidades de transição ao Alta e manutenção da situação atual, também, se reduziriam para 15,00% e 35,00%, nessa ordem. Por fim, a permanência do estado Alto sofria redução (20,00%), simultaneamente ao aumento da probabilidade de transição ao Baixa, partindo do Alta (30,00%). Esse quadro reforçou a necessidade de consideração das sazonalidades periódicas no modelo.

As predições realizadas desconsiderando as sazonalidades (Tabela 3) e sabendo que em dezembro/2024, o estado era Alta, foram Alta, Baixa, Baixa e Alta para, de modo respectivo, janeiro, fevereiro, março e abril. Porém, os estados observados, nessa ordem, foram Alta, Alta, Média e Média, essa com tendência de transição à Baixa. Assim, a taxa de acerto foi de 25,00% (somente janeiro), o que foi reflexo de assumir a cadeia de Markov como homogênea em dissonância com a realidade do negócio, potencializando a característica de memória de curto prazo. Esse aspecto foi atenuado no modelo com sazonalidade (Tabela 4), quando os preditos convergiram aos observados em janeiro e março, e à tendência de abril. Portanto, a taxa de acerto ficaria entre 75,00% e 50,00%.

Tabela 3: Resultados Preditos sem Sazonalidade.

Mês	Baixa	Média	Alta
1	Baixa	Média	Alta
2	Baixa	Média	Baixa
3	Alta	Alta	Baixa
4	Média	Média	Alta
5	Média	Alta	Baixa
6	Média	Alta	Média

Fonte: Os Autores (2025).

Tabela 4: Resultados Preditos com Sazonalidades.

Mês	Baixa	Média	Alta
1	Baixa - Alta Temporada	Média - Alta Temporada	Alta - Alta Temporada
2	Média - Alta Temporada	Média - Alta Temporada	Média - Alta Temporada
3	Baixa - Alta Temporada	Baixa - Alta Temporada	Média - Alta Temporada
4	Média - Normal	Média - Normal	Baixa - Normal
5	Baixa - Baixa Temporada	Média - Baixa Temporada	Alta - Baixa Temporada
6	Baixa - Baixa Temporada	Média - Baixa Temporada	Baixa - Baixa Temporada

Fonte: Os Autores (2025).

Na Sazonalidade (Tabela 4), caso o estado atual fosse Baixa, a maior probabilidade se estabeleceria na permanência nessa classe de Receita em janeiro, mesmo no ciclo de Alta Temporada. Tal constatação iluminaria o fato de que a existência de demanda seria necessária, mas não suficiente ao crescimento, manutenção ou longevidade do negócio, pois aspectos relacionados aos planejamentos logístico (Bessa e Carvalho, 2007), de comunicação (Porem e Kunsch, 2022), marketing (Marin *et al.*, 2018; Reis *et al.*, 2016), estrutural (Kluska, Lima e Costa, 2015), humano (Rolim e Lima, 2024; Nogueira, Lole e Carrara, 2024; Peres, Afonso e Peres, 2024; Del Corso *et al.*, 2014; Mizumoto *et al.*, 2010; Santos, 2004) e financeiro (Marques, 2024; Almeida e Silva, 2024; Lima e Tomé, 2018) em correspondência ao estratégico, tático e operacional (Santos e Pinheiro, 2017; Mendonça *et al.*, 2017; Teixeira, Dantas e Barreto, 2015; Malanovicz *et al.*, 2010; Lopes e Blaschek,

ISSN: 2447-1534

2010; Barbosa e Brondani, 2004) seriam necessários à conquista e fidelização de clientes externos (Leite e Ceo, 2024; Polli, 2015; Costa, Santana e Trigo, 2015), possivelmente pela inovação (Vieira *et al.*, 2024; Porem e Kunsch, 2019; McLean, 2005; Marchesnay, 2003).

Inicialmente, as estimativas das probabilidades foram realizadas impondo distribuições concentradas em cada estado (Tabela 5), mas respeitando a sazonalidade. Esse procedimento foi adotado como referência aos resultados obtidos a partir da Tabela 1, e os resultados apresentados com quatro casas decimais para facilitar o entendimento das comparações. Como resultado após seis passos, ou seja, predição para o semestre subsequente (Tabela 6), as probabilidades convergiram para valores específicos, independentemente do estado da origem, assim a probabilidade de em um determinado instante a classificação da Receita ser Baixa, Média ou Alta era, aproximadamente, 40,00%, 40,00% ou 20,00%, nessa ordem. Isso ocorreu devido à ciclicidade imposta pela sazonalidade periódica e tendência do sistema de alcançar o equilíbrio após múltiplos passos.

Tabela 5: Vetores Iniciais com Distribuições Concentradas.

	Baixa	**Média**	**Alta**
Baixa	1,00	0,00	0,00
Média	0,00	1,00	0,00
Alta	0,00	0,00	1,00

Fonte: Os Autores (2025).

Tabela 6: Matriz de Transição Acumulada com n = 6 passos e Distribuição Concentrada.

	Baixa	**Média**	**Alta**
Baixa	0,4009	0,4022	0,1969
Média	0,4027	0,4020	0,1953
Alta	0,4032	0,4021	0,1947

Fonte: Os Autores (2025).

Tomando a Tabela 1 como o conjunto dos vetores iniciais, a Matriz de Transição Acumulada (Tabela 7) seria significativamente modificada, porque a convergência ocorreu nos valores aproximados Baixa = 53,00%; Média = 35,00% e Alta = 12,00%, independentemente do estado inicial, ou seja, se identificou o comportamento ergódico suavizado pela sazonalidade. Em sistemas ergódicos, a distribuição convergiria à estacionalidade fixa, caso a cadeia markoviana fosse homogênea.

No entanto, o sistema estudado era uma cadeia de Markov não homogênea, então a convergência se daria para o padrão cíclico determinado pela periodicidade das matrizes

ISSN: 2447-1534

de transição (Tabela 2). Matematicamente, isso ocorreu pelo efeito da média sazonal, que seria a média ponderada das matrizes de transição com sazonalidade, ou seja, a alternância periódica entre essas, criando o comportamento *pseudoestacionário* das probabilidades que oscilariam em torno dos valores médios. Complementando o raciocínio, a Propriedade de Markov mitigaria a influência do estado inicial no domínio do tempo, então após diversos passos, o ponto de partida se tornaria irrelevante (Norris, 1997; Ethier e Kurtz, 1986; Clarke e Disney, 1979).

Tabela 7: Matriz de Transição Acumulada com n = 6 passos e Distribuição Não Concentrada.

	Baixa	**Média**	**Alta**
Baixa	0,5327	0,3453	0,1221
Média	0,5321	0,3456	0,1223
Alta	0,5318	0,3458	0,1224

Fonte: Os Autores (2025).

A validação matemática forneceu o vetor das diferenças absolutas, $|\Delta| = [0{,}09\%; 0{,}05\%; 0{,}03\%]$, cujos valores foram sempre menores que 0,30%, portanto consideradas não significativas. Logo, o sistema conseguiu suavizar o impacto da distribuição inicial, apesar do número finitos de passos, n = 6. Como a matriz de Markov era não homogênea havia a expectativa de que a dependência temporal da sazonalidade promovesse trajetórias distintas de acordo com o estado inicial, mais claramente, por aquelas matrizes se o estado atual fosse 1) Baixa, a maior probabilidade seria de permanência nele na primeira transição; mas se 2) Alta, à mesma transição, a tendência seria de caminhar para Média ou Baixa, o que elevaria os valores de $|\Delta|$. Esse foi influenciado de forma complexa pela multiplicação sequencial de matrizes diferentes, resultando em probabilidades como acúmulos de interações não lineares (Souza, 2013).

Extrapolando o caso ora em tela, a relevância desses resultados estaria na possibilidade de predição em sistemas ou fenômenos com variações sazonais, por exemplo, demanda enérgica que sofreria influência das estações do ano; vendas de produtos (vestuário, fantasias e determinados alimentos, por exemplo) ou serviços (matrículas em academias de ginástica ou instituições acadêmicas, aulas de dança ou particulares de disciplinas acadêmicas, organização de casamentos, dentre outras). Conforme realizado em investigações para predizer a demanda no setor de saúde (Rodrigues, 2021) ou elétrico de curto prazo (Santos, 2022), estimar a erosividade das chuvas (Oliveira, 2014), predição do Índice Bovespa (Dametto, 2018), e avaliar os serviços de estoque e sequestro de carbono no Pantanal (Pires, 2024).

Considerações Finais

O objetivo do estudo foi modelar uma cadeia de Markov a tempo discreto para predizer a receita da escola de futevôlei. A predição pelo modelo convergiu à realidade em, pelo menos, metade do período de interesse. Logo, concluiu-se que a modelagem capturou a idiossincrasia da escola, predizendo adequadamente a faixa de receita em razão das circunstanciais mensais.

Outros estudos poderiam replicar o modelo, porém acrescendo variáveis explicativas relacionadas às sazonalidades, por exemplo, calendário escolar e temperatura média da cidade de Vitória. Acrescentar a modelagem de ruídos das flutuações sazonais, tenderia a elevar a precisão. Dividir os dados em razão da sazonalidade para a realização de validação cruzada das matrizes de transição garantiria a robustez das estimativas, especialmente se combinada ao *bootstrapping*. A melhora do modelo seria conquistada com a realização de testes sobre a configuração dos parâmetros das matrizes de transição em ambientes simulados, fornecendo valores à otimização da descrição dos períodos de sazonalidade. A simulação poderia ser realizada com o método de Monte Carlo, favorecendo a pormenorização do comportamento do modelo no domínio do tempo, inclusive as incertezas inerentes ao processo de modelagem. A sensibilidade do modelo às variações nos vetores iniciais e nas matrizes de transição deve ser explorada, também, pela aplicação do método de Monte Carlo. Finalmente, as estimativas deteriam maior nível de precisão com a aplicação de métodos bayseianos ou aprendizagem de máquina, dividindo o conjunto de dados em treinamento (70,00%), validação (10,00%) e teste (20,00%), para rede neural markoviana, por exemplo.

Referências

ALMEIDA, JC; SILVA, RO. A importância da educação financeira, para a sustentabilidade de pequenos negócios. **REVICOOP**, v. 5, n. 1, p. 109-125, 2024.

ALTIZER, S *et al*. Seasonality and the dynamics of infectious diseases. **Ecology Letters**, v. 9, p. 467-484, 2006.

BARBOSA, ER; BRONDANI, G. Planejamento estratégico organizacional. **Revista eletrônica de contabilidade**, v. 1, n. 2, p. 107-123, 2004.

BARTHOLOMEW, DJ. **Stochastic models for social processes**. New York (USA): John Wiley & Sons, 1982

BECK, JR; PAUKER, SG. The Markov process in medical prognosis. **Medical Decision Making** v. 3, n. 4, p. 419-458, 1983.

BESSA, MJC; CARVALHO, TMXB. Tecnologia da informação aplicada à logística. **Revista ciências administrativas**, v. 13, n. 3, p. 120-127, 2007.

BHATTACHARYA, RN; WAYMIRE, EC. **Stochastic processes with applications**. New York (USA): John Wiley & Sons, 1990.

CLARKE, B; DISNEY, R. **Probabilidade e processos estocásticos**. Rio de Janeiro: LTC, 1979.

COSTA, ASC; SANTANA, LC; TRIGO, AC. Qualidade do atendimento ao cliente: um grande diferencial competitivo para as organizações. **Revista de Iniciação Científica–RIC Cairu**, v. 2, n. 2, p. 155-172, 2015.

COX, DR; MILLER, HD. **The theory of stochastics processes**. London (UK): Chapman and Hall, 1965.

DADA, AO *et al.* The imperatives of innovative sources of development finance: evidence from Nigeria. **Research Journal of Finance and Accounting**, v. 5, n. 14, p. 62-67, 2014.

DAMETTO, RC. **Estudo da aplicação de redes neurais artificiais para predição de séries temporais financeiras**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Bauru (SP), 2018.

DEL CORSO, JM *et al*. Gestão estratégica de recursos humanos: identificando o processo de alinhamento estratégico. **Tourism & Management Studies**, v. 10, n. 1, p. 49-57, 2014.

ETHIER, S; KURTZ, T. **Markov processes**. London (UK): John Wiley & Sons, 1986.

FELLER, W. **An introduction to probability theory and its applications**. New Jersey (USA): Wiley, 1968.

FISMAN, DN. Seasonality of infectious diseases. **Annals Review of Public Health**, v. 28, p. 127-143, 2007.

HYNDMAN, RJ; ATHANASOPOULOS, G. **Forecasting:** principles and practice. OTexts, 2021.

ISAACSON, DL; MADSEN, RW. **Markov chains**: theory and applications. London (UK): John Wiley & Sons, 1976.

KARLIN, S; TAYLOR, HM. **A first course in stochastic processes**. New York (USA): Academic Press,1975.

KEMENY, JG; SNELL, JL. **Finite Markov chains**. New York (USA): Springer, 1976.

KLAASSEN, FJGM; MAGNUS, JR. Are points in tennis independent distributed? Evidence from a Dynamic Binary Panel Data Model. **Journal of the American Statistical Association**, v. 96, n. 454, p. 500-509, 2001.

KLUSKA, RA; LIMA, EP; COSTA, SEG. Uma proposta de estrutura e utilização do gerenciamento de processos de negócio (BPM). **Revista Produção Online**, v. 15, n. 3, p. 886-913, 2015.

KOLMOGOROV, AN. Über die analytischen Methoden in der Wahrscheinlichkeisrechnung. **Mathematische Annalen**, v. 104, p. 415-458, 1931.

LEITE, MA; CEO, M. Gestão de relacionamento com o cliente: uma análise sobre fidelização e satisfação. **RCMOS-Revista Científica Multidisciplinar O Saber**, v. 1, n. 2, 2024. DOI: https://doi.org/10.51473/rcmos.v1i2.2024.763

LIMA, VR; TOMÉ, AS. A importância da adoção de um planejamento financeiro para a gestão e crescimento das pequenas empresas. **Revista Eletrônica Gestão e Serviços**, v. 9, n. 1, p. 2190-2206, 2018.

LOPES, HA; BLASCHEK, JRS. Minimizando as deficiências do planejamento operacional com o uso do orçamento baseado em atividades. **Revista de Contabilidade do Mestrado em Ciências Contábeis da UERJ**, v. 12, n. 2, 2010.

MADHAVA RAO, K; RAMACHANDRAN, A. A Markov approach to exchange rate sentiment analysis of major global currencies. **Open Journal of Statistics**, v. 6, n. 6, p. 1181-1195, 2016.

MALANOVICZ, AV *et al*. Revitalizando negócios por meio do conceito de “mimosidade”. **Revista Técnico-Científica do IFSC**, v. 1, n. 1, p. 31-35, 2010.

MARCHESNAY, M. La petite entreprise: sortir de l’ignorance. **Revue Française deGestion Lavoisier**, v. 3, n. 144, p. 107-118, 2003.

MARIN, AC *et al*. Marketing digital como ferramenta de inovação e alavancagem de negócios. **Research, Society and Development**, v. 7, n. 3, e673150, 2018.

MARQUES, HVJ *et al*. O papel da contabilidade nas micro e pequenas empresas. **Revista GeTeC**, v. 18, p. 27-47, 2024.

MARTINS, ARA. The special drawing right: a formal critic to the dollar dominance in the international monetary system. **Brazilian Journal of Political Economy**, v. 37, n. 2 (147), p. 401-416, 2017.

MCLEAN, LD. Organizational culture´s influence on creativity and innovation: a review of the literature and implications for human resource development. **Advances inDeveloping Human Resources**, v.7, n. 2, p. 226-246, 2005.

MENDONÇA, SAT *et al*. O planejamento estratégico como ferramenta: um estudo sobre a eficiência das micro e pequenas empresas brasileiras. **Administração de empresas em revista**, v. 2, n. 13, p. 50-68, 2017.

MIZUMOTO, FM *et al*. A sobrevivência de empresas nascentes no estado de São Paulo: um estudo sobre capital humano, capital social e práticas gerenciais. **Revista de Administração**, v. 45, n. 4, p. 343-355, 2010.

MÜLLER, D. **Processos estocásticos e aplicações**. Rio de Janeiro: Almedina, 2007.

NOGUEIRA, MBH; LOLE, A; CARRARA, VA. Banco Mundial e a Teoria do Capital Humano: educação e conhecimento para o capital. **Serviço Social & Sociedade**, v. 147, n. 3, p. e-6628389, 2024.

NORRIS, JR. **Markov chains**. Cambridge (UK): Cambridge University, 1997.

OLIVEIRA, JPB. **Séries temporais de precipitação para estimar a erosividade das chuvas**. Tese (Doutorado em Meteorologia) – Programa de Pós-graduação em Meteorologia. Universidade Federal de Viçosa. Viçosa (MG), 2014.

PERES, SMZ; AFONSO, LHR; PERES, GP. Capital humano a serviço de empresas: considerações teóricas na perspectiva de Cristian Laval. **Revista Eletrônica Interdisciplinar**, v. 16, n. 3, p. 522-534, 2024.

PFEIFER, PE; CARRAWAY, RL. Modeling customer relationships as Markov chains. **Journal of Interactive Marketing**, v. 14, n. 2, p. 13-55, 2000.

ISSN: 2447-1534

PIRES, LC. **Avaliação dos serviços ecossistêmicos de estoque e sequestro de carbono no Pantanal de Aquidauana – MS**. Dissertação (Mestrado em Geografia) – Programa de Pós-graduação Stricto Sensu em Geografia. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Aquidauana (MS), 2024.

POLLI, SW. Endomarketing como Ferramenta de Relacionamento com o Cliente Externo. **Caderno de Administração**, v. 9, n. 1, p. 49-72, 2015.

POREM, MEP; KUNSCH, MMK. Inovação, comunicação e pequenos negócios em tempos de pandemia: relatos de experiência de agentes locais de inovação (Ali). **Comunicação & Inovação**, v. 22, n. 48, p. 5-22, 2021.

POREM, MEP; KUNSCH, MMK. Obstáculos à inovação em micro e pequenas empresas de Bauru (SP) sob a perspectiva comunicacional. **Revista G&DR**. v. 15, n. 4, edição especial, p. 133-146, 2019.

REIS, ACBC *et al*. Marketing de relacionamento: agregando valor ao negócio com big data. **ReMark-Revista Brasileira de Marketing**, v. 15, n. 4, p. 512-523, 2016.

RESTUM, GC. **Novas aplicações civis e militares das cadeias de Markov**. Niterói (RJ), EDUFF, 1999.

RODRIGUES, V. **Um modelo para previsão de demanda no varejo do setor de saúde e bem-estar**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção Elétrica) – Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis (SC), 2021.

ROLIM, MCLM; LIMA, JDP. Direito e empreendedorismo digital: os impactos da tecnologia e inovação no fazer jurídico. **Revista Mosaicum**, n. 40, p. 95-112, 2024.

ROSS, SM. **Stochastic processes**. New Jersey (USA): Wiley, 1995.

SANTOS, MJN. Gestão de recursos humanos: teorias e práticas. **Sociologias**, ano 6, n. 12, p. 142-158, 2004.

SANTOS, MV. **Projeção de demanda elétrica com algoritmos de aprendizado de máquina**. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação em Economia) – Faculdade de Ciências Econômicas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre (RS), 2022.

SANTOS, PVS; PINHEIRO, FA. O plano de negócios como ferramenta estratégica para o empreendedor: um estudo de caso. **Revista Latino-Americana de Inovação e Engenharia de Produção**, v. 5, n. 8, p. 150-165, 2017.

SONNENBERG, FA; BECK, JR. Markov models in medical decision making: a practical guide. **Medical Decision Making** v. 13, n. 4, p. 322-338, 1993.

SOUZA, DM. **Modelos ocultos de Markov**: uma abordagem em controle de processos. Monografia (Bacharelado em Estatística) – Departamento de Estatística. Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora (MG), 2013.

TAHA, HA. **Operations research**. New York (USA): MacMillan, 2002.

TAYLOR, HM; KARLIN, S. **An introduction to stochastic modeling**. New York (USA): Academic Press, 1998.

TEIXEIRA, CAC; DANTAS, GGT; BARRETO, CA. A importância do planejamento estratégico para as pequenas empresas. **Revista eletrônica científica da FAESB**, v. 1, n. 1, p. 104-123, 2015.

TOMÉ, T; OLIVEIRA, MJ. **Dinâmica estocástica e irreversibilidade**. São Paulo: EDUSP, 2014.

VIEIRA, SRL *et al*. A necessidade de inovação dentro das organizações para a vantagem competitiva e perenidade do negócio: a inovação como estratégia organizacional de sobrevivência. **Revista Tópicos**, v. 2, n. 6, p. 1-17, 2024.